स्वाध्याय स्वमन्थन स्वावलम्बन

उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय

सरस्वती नः सुभगा मयस्करत्।।

U.G.P.H.S.(L) –1

भौतिकी प्रयोगशाला–1

खण्ड–एक

दोलन और तरंगों से सम्बन्धित कुछ प्रयोग

17, महर्षि दयानन्द मार्ग (थार्नहिल रोड), इलाहाबाद – 211 001

उत्तर प्रदेश
राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय

U. G. P. H. S. (L) -1
भौतिकी प्रयोगशाला-1

खंड

1

दोलन और तरंगों से सम्बन्धित कुछ प्रयोग

पाठ्यक्रम प्रस्तावना

"जब आप उस भौतिक राशि को माप सकते हैं जिसके बारे में आप बात कर रहे हैं तथा उसे संख्या में व्यक्त कर सकते हैं तो आप उस के विषय में कुछ जानते हैं, यदि आप उसे संख्या में व्यक्त नहीं कर पाते हैं तो आपका ज्ञान अपर्याप्त तथा असंतोषजनक है"

लॉर्ड केलविन

वैज्ञानिक सत्य प्रयोगात्मक प्रेक्षणों पर आधारित होता है। प्रयोग किए बिना वैज्ञानिक ज्ञान सही तथा अर्थपूर्ण नहीं होता। अतः विज्ञान के निष्कर्षों को प्रयोगों द्वारा सत्यापित करना आवश्यक हो जाता है और इसीलिए विज्ञान में प्रयोगात्मक कार्य का विशेष महत्व है।

इस भौतिकी प्रयोगशाला पाठ्यक्रम के तीन उद्देश्य हैं। हम आपको (क) वैज्ञानिक विधि से परिचित करा कर वैज्ञानिक सिद्धांतों एवं नियमों की जांच करने की प्रक्रिया, जैसे निष्पक्ष प्रेक्षण लेना, आंकड़ों का विश्लेषण तथा व्याख्या करना, एवं निष्कर्ष निकालने में दक्ष करना चाहते हैं (ख) उपकरण को व्यवहार में लाने की आधारभूत दक्षता तथा जब कोई उपकरण ठीक काम न कर रहा हो तो कठिनाई दूर करने की क्षमता पैदा करना चाहते हैं तथा (ग) वैज्ञानिक अभिवृत्ति तथा जिज्ञासा विकसित करना तथा किसी बात को स्वीकार करने से पहले स्वयं से प्रश्न कर सिद्ध करने की क्षमता पैदा करना चाहते हैं।

भौतिकी प्रयोगशाला–I में दो प्रकार के प्रयोग दिये गए हैं (क) पूर्व निर्धारित उद्देश्यों की प्राप्ती कराने वाले प्रयोग तथा (ख) अन्वेषण दक्षता वाले प्रयोग। निश्चित विन्यास वाले प्रयोगों में भौतिकी राशियों के मापने पर बल दिया जाता है जबकि अन्वेषण वाले प्रयोगों में विभिन्न विद्यार्थी अलग अलग विधियों का प्रयोग कर सकते हैं।

अध्ययन निर्देशिका

इस पाठ्यक्रम को दो खंडों में विभक्त किया गया है। हम आशा करते हैं कि प्रयोगशाला में आप इन खंडों को भली प्रकार पढ़ कर आयेंगे। प्रयोग को सफलतापूर्वक समाप्त करने के लिए आपको दिए गए उपकरण को इस्तेमाल करने, आंकड़ों के विश्लेषण, त्रुटि – विश्लेषण तथा परिणामों को (सार्थक अंकों सहित) प्रस्तुत करने की क्षमता प्राप्त कर लेनी चाहिए। इसके लिए हम आशा करते हैं कि आप "मापन" तथा "त्रुटि विश्लेशण" नामक इकाईयों को भली-भांति समझ लेंगे। किसी प्रयोग में ग्राफ पेपर का इस्तेमाल कैसे करना है आपको अच्छी तरह आना चाहिये। इन इकाईयों में हमने कुछ बोध प्रश्न दिए हैं। इन प्रश्नों को स्वयं हल करके ही आप सही मायने में विषय ज्ञान प्राप्त कर सकते हैं। यदि आप किसी प्रश्न को हल नहीं कर पाते तो अंत में दिए गए हल/उत्तर भी देख सकते हैं।

प्रयोग प्रारंभ करने से पहले आपको भौतिकी प्रयोगशाला में काम आने वाले उपकरणों से परिचित हो जाना चाहिए। इसकी अनुभूति करने के लिए हमने भौतिकी प्रयोगशाला – I नामक एक वीडियो बनाया है आप उसे ध्यानपूर्वक देखें। यदि एक बार में आपको कोई बात समझ नहीं आती है तो उसे या तो पुनः देखें या अपने परामर्शदाता से चर्चा कर सकते हैं।

सफलतापूर्वक कार्य पूर्ति के लिए यह स्पष्ट रूप से समझ लें कि प्रयोगशाला में जाने से पहले आपको पता होना चाहिए कि आपको क्या करना है तथा कैसे करना है। हमारी राय में आप प्रत्येक प्रयोग को ध्यान से पढ़ लें। यदि आप कुछ पहलुओं को विस्तार से जानना चाहते हैं तो संदर्भ सामग्री के रूप में दी गई पुस्तकें आपके अध्ययन केन्द्र के पुस्तकालय में उपलब्ध हैं। प्रयोग का जो भी भाग घर पर करना संभव हो उसे अवश्य करें। अपने प्रेक्षणों को अंकित कर लें तथा अपने निष्कर्ष भी निकालें। प्रयोगशाला में प्रयोग करने के बाद आप अपने निष्कर्षों को प्रमाणित कर सकते हैं।

प्रत्येक प्रयोग के लिए आपको औसतन 6 घंटे प्रयोगशाला में काम करना होगा। लगभग 4 घंटे विश्लेषण करने तथा वीडियो देखने के लिए उपलब्ध होंगे। प्रयोगशाला में काम करते यदि आपको यह लगे कि प्रायोगिक व्यवस्था काम नहीं कर रही है तो सभी पदों पर पुनः विचार करें। यदि फिर भी सफल न हो तो अपने परामर्शदाता से सलाह लें। हमें आशा है कि आप सब दिए गए समय में अपना काम पूरा कर लेंगे। जहां तक संभव हो आप अकेले ही कार्य करें क्योंकि प्रयोगशाला में आपके कार्य का परामर्शदाता द्वारा प्रतिदिन मूल्यांकन किया जाएगा। हर रोज का काम उसी दिन पूरा कर लें नहीं तो आपका ग्रेड कम रह जायेगा।

हमें आशा है कि आपको प्रयोगशाला में काम करने में आनंद आएगा। हम आपकी सफलता की कामना करते है।

आभार

हम हंसराज महाविद्यालय के प्राचार्य एवं डॉ. एस. के. मोंगा, भौतिकी विभाग, के आभारी हैं जिन्होंने इस पाठ्यक्रम के लिये हमें कार्य प्रयोगशाला आयोजित करने में मदद की।

हम श्री सुन्दर सिंह और श्री गोपाल कृष्ण का भी धन्यवाद करते हैं जिन्होंने इस पाठ्यक्रम को सुचारू रूप से तैयार करने में आशुलिपि एवं सचिविक सहायता की।

इकाई 1 प्रयोगशाला परिचय-मापन

इकाई की रूपरेखा

1.1 प्रस्तावना

''विज्ञान और प्रौद्योगिकी में आधार पाठ्यक्रम'' के अंतर्गत हम वैज्ञानिक खोजों के बारे में पढ़ चुके हैं। हम जानते हैं कि वैज्ञानिक भौतिक राशियों को मापने के लिए विभिन्न विधियों का उपयोग करते हैं। लेकिन श्रेष्ठतम विधियों से भी इन राशियों को शुद्ध नहीं मापा जा सकता, इसलिये इन मापों को हम सन्निकट संख्याओं (approximate numbers) द्वारा प्रदर्शित करते हैं। आइए हम देखें कि 3.2 cm और 3.20 cm में क्या अंतर है। ये परिणाम अलग-अलग विधियों से मापने के कारण प्राप्त हुए हैं। जब इन संख्याओं से संबंधित गणना की जाती है तो विशेष सावधानी की आवश्यकता होती है। आपको आश्चर्य होगा कि 32.1/12 को 2.7 से प्रदर्शित किया जाता है न कि 2.68 या 2.675 द्वारा। एक माप में अंकों की संख्या, प्रयोग किए हुए उपकरण की उत्तमता पर निर्भर करती है। इस इकाई में हम, सन्निकट संख्याओं से अभिप्राय तथा उनके बारे में पढ़ेंगे। इन संख्याओं की गणना-पद्धति भी हम सीखेंगे। इन पद्धतियों के आधार पर हम उन परिणामों की गणना करेंगे जो कि उन प्रयोगों से प्राप्त होंगे जिन्हें हम प्रयोगशाला में करेंगे। इसलिये गणना की इन पद्धतियों में निपुण होना आवश्यक है। दूसरी इकाई में हम उन त्रुटियों के बारे में पढ़ेंगे जो, मापन उपकरणों में दोष, मापी हुई राशि में अस्थिरता (fluctuation) अथवा अन्य कारणों से होती हैं। हम यह भी सीखेंगे कि ये त्रुटियाँ प्रयोग के अंतिम परिणाम को कैसे प्रभावित करती हैं तथा किसी अंतिम परिणाम को किस प्रकार प्रदर्शित करते हैं। दूसरी इकाई का अध्ययन करने से पहले आपको ''प्रयोगशाला-I के परिचय'' नामक विडियो को देखना चाहिए।

उद्देश्य

इस इकाई का अध्ययन करने के बाद आप

- सभी मापों का अयथार्थ (inexact) होना और उनका सन्निकट संख्याओं द्वारा प्रदर्शित होना समझ सकेंगे।
- परिशुद्धता (precision) एवं यथार्थता (accuracy) में भेद कर सकेंगे।
- एक माप को वैज्ञानिक संकेत (scientific notation) द्वारा प्रदर्शित कर सकेंगे।
- सन्निकट संख्याओं को जोड़, घटाना, गुणा और भाग कर सकेंगे।

1.2 त्रुटियाँ : मापों के परिणामों को व्यक्त करना

हम कम से कम दो कारण तो जानते ही हैं कि सभी माप अयथार्थ क्यों होते हैं। पहला कारण है कि त्रुटि स्वयं मापने के उपकरण द्वारा होती है जैसे शून्यांक त्रुटि। दूसरा कारण यह है कि त्रुटि प्रयोगकर्ता की निर्णय क्षमता तथा बोध-गम्यता की सीमाओं के कारण भी होती है, जैसे जब किसी छड़ की लम्बाई को सेंटीमीटर स्केल से नापते हैं तो इसके सिरे को स्केल के शून्य के सम्मुख रखने में त्रुटि हो सकती है। मापन की

अयथार्थता को और अधिक जानने के लिए, हम लंबाई मापने की विधि पर विचार करेंगे। हम एक परम शुद्ध सेंटीमीटर स्केल को, जिस पर स्पष्ट एवं बराबर मिलीमीटर के चिन्ह अंकित हो, लेते हैं। इस स्केल द्वारा हम तीन तीर A, B और C (चित्र 1) की लम्बाईयाँ मापना चाहते हैं। हम यह मान लेते हैं कि तीरों की पूछों को स्केल के शून्य के समक्ष परम शुद्धता से रख सकते हैं वस्तुतः ऐसा होना असंभव है लेकिन मापने की विधि को अच्छी तरह से समझने के लिये हम यह मान लेते हैं।

चित्र 1 : तीनो असमान तीरों A, B, C की लंबाई 4.3 लिखते है, स्केल पर छायांकित भाग इसमें त्रुटि परिसर को दर्शाता है।

इन तीन तीरों की लंबाई मापने के लिये हम तीरों के सिरों की ओर देखते हैं। तीर A का सिर 4.2 cm के चिन्ह से 4.3 cm के चिन्ह के अधिक समीप है। हम तीर A की लंबाई 4.3 cm लिखते हैं। अब हम तीर B की लंबाई मापते हैं। तीर B का सिर 4.4 cm के चिन्ह से 4.3 cm के चिन्ह के अधिक निकट है। इसलिए हम तीर B की लंबाई 4.3 cm लिखेंगे। इसी प्रकार तीर C की लंबाई भी हम 4.3 cm लिखेगें। इस प्रकार सभी तीरों की लंबाई – जिनकी पूँछ शून्य चिन्ह के सीध में है तथा सिर R_1 और R_2 के मध्य स्थित हैं – 4.3 cm है। इससे हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि माप 4.3 cm (जो कि R_1 और R_2 के मध्य स्थित है), में 0.05 cm (माप की इकाई 0.1cm की आधी) या उससे कम की त्रुटि है। इस प्रकार 4.3 cm माप के अंतिम अंक 3 में त्रुटि है। इसलिए, हम मापों को इस प्रकार प्रदर्शित करते हैं कि उनके अंतिम अंक में ही त्रुटि हो।

1.2.1 संभावित त्रुटि (Possible error) और परिशुद्धता

संभावित त्रुटि = $\frac{1}{2}$ × माप की इकाई

हम यह देख चुके हैं कि यदि उन त्रुटियों को, जो किसी भूल के कारण होती हैं, छोड़ दिया जाए तो एक माप में अधिकतम सम्भावित त्रुटि माप की इकाई की आधी होती है। अर्थात् संभावित त्रुटि मापने के उपकरण की अपरिशुद्धता के कारण होती है। जिन मापों में कम संभावित त्रुटि होती है, वे अधिक शुद्ध (precise) होते हैं। क्योंकि संभावित त्रुटि माप की इकाई के अनुपात में होती है, वे यंत्र जिनकी माप की इकाई छोटी होती है – अधिक शुद्ध माप देंगे। एक माप जो कि 1/100 सेंटीमीटर तक मापा गया है जैसे कि 5.32 cm दूसरे माप जो कि 1/10 cm तक मापा गया है जैसे कि 5.3 cm से अधिक शुद्ध होता है।

बोध प्रश्न 1

निम्न युगलों में से प्रत्येक युगल में कौन सा पाठ अधिकतम परिशुद्धता प्रदर्शित करता है ?

(क) 17.9 cm या 19.87 cm

(ख) 16.5s या 3.21s

(ग) 20.56 °C या 32.22 °C

....

....

....

1.2.2 आपेक्षित त्रुटि (Relative error) और यथार्थता

संभावित त्रुटि और पूर्ण माप के अनुपात को आपेक्षिक त्रुटि कहते हैं।

अब तक हमने उन लंबाइयों के मापों के बारे में विचार किया है जिनके मान लगभग समान हैं अर्थात् अब तक परिशुद्धता के बारे में पढ़ा। अब हम उन लंबाइयों के मापन पर विचार करेंगे जिनके मान काफी भिन्न हैं। माना कि एक ही मीटर स्केल से मापे गए दो माप 3.2 cm और 98.6 cm हैं। इन दोनों ही मापों में संभावित त्रुटि 0.05 cm के बराबर है, लेकिन माप 98.6 cm माप 3.2 cm से बहुत अधिक है। क्या आप कहेंगे कि माप 98.6 cm अधिक शुद्ध (accurate) है ? मापों जैसे 7.4s और 98s में कौन सा पाठ अधिक यथार्थ है इसकी तुलना आप कैसे करेंगे। ऐसे मापों की यथार्थता की तुलना करने के लिएँ, हम आपेक्षिक त्रुटि ज्ञात करते हैं। संभावित त्रुटि और पूर्ण माप के अनुपात को ही आपेक्षिक त्रुटि कहते हैं। निम्न सारणी में हमने कुछ मापों में आपेक्षिक त्रुटियों की गणना की है। (आपेक्षिक त्रुटि को शुद्ध रूप में प्रदर्शित करने की विधि भाग 1.5 में बताई जाएगी।)

माप	माप की इकाई	संभावित त्रुटि	आपेक्षिक त्रुटि
3.2 cm	0.1	0.05	.02
98.6 cm	0.1	0.05	.0005
7.4s	0.1	0.05	.007
98 s	1	0.5	.005

हम 3.2 cm और 98.6 cm मापों की तुलना करते हैं। दोनों मापों की इकाई बराबर है, इसलिये दोनों ही समान परिशुद्ध हैं। लेकिन माप 98.6 cm में आपेक्षिक त्रुटि कम है (.0005 की तुलना .02 से करते हुए) अतएव यह अधिक यथार्थ है।

उपरोक्त कथन 7.4s और 98s मापों की तुलना करने पर और अधिक स्पष्ट होता है। माप 7.4s माप 98s से अधिक परिशुद्ध है (संभावित त्रुटि क्रमशः 0.05s और 0.5s है) लेकिन यह कम यथार्थ है (आपेक्षिक त्रुटि 0.007 की 0.005 से तुलना करते हुए)। अतः आप समझ गए होंगे कि समान यथार्थता के लिए छोटा माप अधिक परिशुद्ध होता है। इसलिये समान यथार्थता के लिए एक कमरे की लंबाई-चौड़ाई को मीटर में व्यक्त किया जाता है जबकि एक नगर से दूसरे नगर की दूरी किलोमीटर में व्यक्त करते है।

बोध प्रश्न 2

निम्न युगलों में से प्रत्येक युगल में कौन सा पाठ अधिक यथार्थता प्रदर्शित करता है ?

(क) 40.0 cm या 8.0 cm

(ख) 0.85 m या 0.05 m

....

....

1.3 वैज्ञानिक विधि

सामान्यतः मापन पद्धति में अर्थात् SI पद्धति में विभिन्न राशियों को दशमलव अंकों से प्रदर्शित किया जाता है। अन्तरापरमाणुक (interatomic) दूरियों के लिए हम बहुत छोटी संख्या का प्रयोग करते हैं। दूसरी ओर अन्तरातारकीय (interstellar) दूरियों के लिए बहुत बड़ी संख्याओं का प्रयोग होता है। वैज्ञानिक विधि में इन संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिये संख्या के बाईं ओर से एक अंक के पश्चात् दशमलव बिंदु लगाते हैं तथा शेष को 10 की घातों में व्यक्त करते हैं। उदाहरणतः सूर्य का व्यास 1,390,000,000 मीटर तथा हाइड्रोजन के परमाणु का व्यास केवल 0.000000000106 मीटर है। वैज्ञानिक विधि में सूर्य के व्यास को 1.39×10^9 मीटर और हाइड्रोजन परमाणु के व्यास को 1.06×10^{10} मीटर लिखा जाता है।

बोध प्रश्न 3

जल के एक अणु का द्रव्यमान 0.00000000000000000000003 ग्राम है, इसे वैज्ञानिक विधि में व्यक्त करें।

....

अब आप समझ गए होंगे कि संख्याओं को वैज्ञानिक विधि में प्रदर्शित कर गणना करना काफी सुविधाजनक है। ऐसा इसलिये है कि हम घातीय नियमों का प्रयोग सरलता से कर सकते हैं।

1.4 सार्थक अंक

हमने भाग 1.2.1 में देखा है कि माप 5.32 cm, माप 5.3 cm की अपेक्षा अधिक परिशुद्ध है। इन मापों में अंकों की संख्या क्रमशः 3 और 2 है। इससे यह ज्ञात होता है कि किसी माप में अंकों की संख्या का कुछ न कुछ महत्व अवश्य है। सभी अशून्य (non-zero) अंक सार्थक (significant) अंक होते हैं। माप 0.05 m या 0.005 m में कोई भी शून्य सार्थक नहीं हैं। दशमलव के बाईं और प्रयुक्त शून्य केवल दशमलव दिखाने के ...ए होते हैं। दूसरे शून्य दशमलव अंकों को प्रदर्शित करने में सहायक होते हैं। आइए दी हुई सारणी के अनुसार संभावित त्रुटि और आपेक्षिक त्रुटि की गणना कर, सार्थक अंकों पर विचार करें।

मापन	माप की इकाई	संभावित त्रुटि	आपेक्षिक त्रुटि
.5 m	.1 m	.05 m	.1
.05 m	.01 m	.005 m	.1
.005 m	.001 m	.0005 m	.1
.00005 m	.00001 m	.000005 m	.1

कोई भी अंक तब ही सार्थक होगा जब कि वह आपेक्षिक त्रुटि को प्रभावित करें।

हम इस सारणी से देखते हैं कि प्रत्येक माप के लिए माप की इकाई और संभावित त्रुटि में अन्तर है लेकिन आपेक्षिक त्रुटि का मान समान हैं। अतः हम यह समझते हैं कि प्रत्येक माप में शून्य अंक सार्थक नहीं है क्योंकि ये आपेक्षिक त्रुटि को प्रभावित नहीं करते। इस प्रकार हम यह कह सकते हैं कि कोई अंक तभी सार्थक होता है जब वह आपेक्षिक त्रुटि को प्रभावित करता है।

बोध प्रश्न 4

निम्न सारणी को पूरा करो :

क्रम संख्या	माप	संभावित त्रुटि	आपेक्षिक त्रुटि
1.	.2 m	.05 m	$\frac{.05\text{ m}}{.2\text{ m}} = .25$
2.	.20 m		
3.	.2000 m		
4.	25 m		
5.	250 m		
6.	25000 m		
7.	102 m		
8.	1002 m		

(क) पहले तीन मापों में अशून्य अंक के दायीं ओर के सभी शून्यों के सार्थकता के बारे में आप क्या सोचते हैं ?

(ख) पाँचवे और छठें मापों में शून्यों के बारे में आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं ?

(ग) सातवें और आठवें मापों में अशून्य अंकों के बीच में प्रयुक्त शून्यों के बारे में आप क्या जानते हैं ?

....

....

....

बोध प्रश्न 5

उपर्युक्त आलेख से सिद्ध कीजिए कि एक माप में जिसमें सार्थक अंकों की संख्या अधिक होती है वह माप अधिक आपेक्षिक यथार्थता वाला होता है।

....

....

कभी-कभी मापों को पूर्णांकों के रूप में भी व्यक्त किया जाता है जैसे कि 32, 30, 28, 26। इन मापों में सभी में सार्थक अंक 2 हैं केवल 30 को छोड़ कर। ऐसी विशेष परिस्थिति में बिना संशय के शून्य को सार्थक अंक माना जा सकता है।

बोध प्रश्न 6

निम्न की व्याख्या कीजिए :

"एक घर की छत से (ऊँचाई 20 m) सूर्य की दूरी 150×10^6 km है। इसलिए सूर्य की दूरी तल से 150×10^6 km + 20 m है।"

....

1.5 सन्निकट संख्याओं संबंधी गणनाएँ

भाग 1.2 में हम देख चुके हैं कि मापों के अंतिम अंक में त्रुटि होती है। उदाहरणतः माप $3.\bar{2}$ के अंक 2 में त्रुटि है जिसे हम 2 के ऊपर बार (–) लिखकर दिखाते हैं। इन संख्याओं से संबंधित गणना करते समय हम कुछ नियमों का पालन करते हैं। इन नियमों का उल्लेख हम आगे कर रहे हैं।

1.5.1 गुणा और भाग

हम 1.23 को 2.3 से गुणा करना चाहते हैं। गणना की विधि के प्रत्येक चरण (step) पर उस सार्थक अंक के ऊपर हम एक बार (-) रख देंगे, जो एक त्रुटि पूर्ण अंक से गुणा करने पर आता है। जैसे –

$$\begin{array}{r} 1.2\bar{3} \\ \times 2.\bar{3} \\ \hline .\bar{3}\bar{6}\bar{9} \\ 2.4\bar{6}\times \\ \hline 2.\bar{8}\bar{2}\bar{9} \end{array}$$

हम देखते हैं कि गुणनफल में तीन अंक त्रुटि पूर्ण हैं। क्योंकि हम परिणाम को ऐसी संख्या से दिखाते हैं जिसमें केवल एक ही अंक त्रुटि पूर्ण हो, अतः हमें गुणनफल को सरल करके 2.8 से प्रदर्शित करना चाहिए। इस प्रकार गुणनफलन में दो सार्थक अंक हैं।

सार्थक अंकों की यह संख्या उस संख्या के बराबर है जितने कि कम से कम किसी गुणित संख्या अर्थात् 2.3 में है। अतः हम नियम को निम्न प्रकार लिख सकते हैं।

नियम : दो मापों के गुणनफल (अथवा भागफल) में केवल उतने ही सार्थक अंक होंगे जितने कि कम से कम किसी संख्या में हैं।

बोध प्रश्न 7

2.1 को 1.54 से भाग दो। उपर्युक्त नियम के अनुसार भागफल को सरल करो।

....

....

हम निम्न गुणनफल को अब समझेंगे जिसमें कि सभी गुणक पदों को पहले से ही सार्थक अंकों तक सरल कर दिया गया है।

$$5.2865 \times 3.8 \times 19.62$$
$$= 20.0887 \times 19.62$$
$$= 394.14029$$

जिसे कि 3.9×10^2 लिखा गया है। यही परिणाम हम तब भी प्राप्त करेंगे जब प्रत्येक गुणक पद को पहले ही सरल कर दिया जाय। जैसे –

$$5.29 \times 3.8 \times 19.6$$
$$= 20.1 \times 19.6$$
$$= 393.9$$
$$= 3.9 \times 10^2 \text{ (सरल करने पर)}$$

हमने 5.29 और 3.8 के गुणनफल 20.102 को 20.1 में सरल कर लिया है। इस विधि से काफी श्रम बचाया जा सकता है।

श्रम बचाने का नियम: गुणा या भाग करने से पहले सभी संख्याओं को इस प्रकार लिखिए कि उनमें सार्थक अंकों की संख्या, सबसे कम परिशुद्ध संख्या के सार्थक अंकों की संख्या से एक अधिक हो।

बोध प्रश्न 8

9.5362 को 3.2 से भाग दो।

....

1.5.2 योग और घटाना

योग की निम्न प्रक्रिया को देखें :

$$\begin{array}{r} 2.13\bar{5} \\ 2.5\bar{3} \\ 1.0\bar{2} \\ \hline 5.6\bar{8}\bar{5} \end{array}$$

योगफल में दो अंक त्रुटिपूर्ण हैं। हम इसे 5.69 में सरल कर लेते हैं जिससे कि एक ही अंक त्रुटिपूर्ण रहे। सरल करना इसलिये भी वाँछनीय है क्योंकि योगफल योज्य संख्या (addend) से अधिक परिशुद्ध नहीं हो सकता। हम देखते हैं कि योगफल 5.69 की माप की इकाई उतनी ही है जितनी कि कम से कम परिशुद्ध वाली संख्या की है। अतः जोड़ने (या घटाने) के नियम को इस प्रकार लिख सकते हैं:

सन्निकट संख्याओं को जोड़ते या घटाते समय योगफल या शेषफल को इस प्रकार लिखेंगे कि उसकी माप की इकाई उतनी ही हो जितनी कि सबसे कम परिशुद्ध वाली संख्या की माप की इकाई है।

बोध प्रश्न 9

2.1546m से 2.11m घटाइये।

....

....

बोध प्रश्न 10

जोड़िए 2.1546 m, 2.11 m तथा 2.125 m

....

....

संकेत : यहाँ हम निम्न नियम का उपयोग कर सकते हैं :

जोड़ने या घटाने से पहले प्रत्येक संख्या को इस प्रकार लिखें कि उनमें सार्थक अंको की संख्या सबसे कम परिशुद्ध संख्या के सार्थक अंकों की संख्या से एक अधिक हो।

1.6 सारांश

1. शुद्ध माप असंभव है। प्रत्येक माप के परिणाम को इस प्रकार प्रदर्शित करते हैं कि उसके अंतिम अंक में ही केवल त्रुटि रहे। वैज्ञानिक पद्धति में किसी माप को प्रदर्शित करने के लिए संख्या के बाईं ओर से एक अंक के पश्चात् दशमलव बिंदु लगाते हैं तथा शेष को 10 की घातों में व्यक्त करते हैं।
2. संभावित त्रुटि, माप की इकाई की आधी होती है। परिशुद्धता, संभावित त्रुटि पर निर्भर करती है।
3. आपेक्षिक त्रुटि-संभावित त्रुटि और पूर्ण माप का अनुपात है। यथार्थता आपेक्षिक त्रुटि पर आधारित है। एक अंक सार्थक तभी होता है जब वह आपेक्षिक त्रुटि को प्रभावित करता है।
4. गुणा और भाग के नियमः गुणनफल या भागफल में केवल उतने ही अंक सार्थक होंगे जितने कि कम से कम किसी संख्या में है।
5. योग और शेष के नियमः
   सन्निकट संख्याओं के योगफल या शेषफल को इस प्रकार लिखना चाहिए कि उसकी माप की इकाई उतनी ही हो जितनी कि सबसे कम परिशुद्ध संख्या की माप की इकाई है।

1.7 हल और उत्तर

बोध प्रश्न

1 (क) 19.87 cm

(ख) 3.21 s

(ग) दोनों समान परिशुद्ध हैं।

2 (क) दोनों पाठों में आपेक्षिक त्रुटि इस प्रकार है

$$\frac{.05}{40} = \frac{5}{4000} = \frac{1}{800}$$

$$\frac{.05}{8} = \frac{5}{800} = \frac{1}{160}$$

अतः माप 40.0 cm अधिक यथार्थ है।

(ख) 0.85 m

3 3×10^{-23} g

4

क्रम संख्या	माप	संभावित त्रुटि	आपेक्षिक त्रुटि
1.	.2 m	.05 m	$\frac{.05}{.2} = .25$
2.	.20 m	.005 m	$\frac{.005}{.20} = .025$
3.	.2000 m	.00005 m	$\frac{.00005}{.2000} = .00025$
4.	25 m	.5 m	$\frac{.5}{25} = .02$
5.	250 m	.5 m	$\frac{.5}{250} = .002$
6.	25000 m	.5 m	$\frac{.5}{25000} = .00002$
7.	102 m	.5 m	$\frac{.5}{102} = .0049$
8.	1002 m	.5 m	$\frac{.5}{1002} = .000499$

(क) सभी शून्य सार्थक हैं।

(ख) ये शून्य भी सार्थक है। शून्य तभी सार्थक अंक होते है जब वे किसी मापन से प्राप्त होते है। किंतु यदि पाँचवें और छठे माप को सेंटीमीटर क्रमशः 2500 cm तथा 2500000 cm में व्यक्त करेंगे तो अंतिम दो शून्य सार्थक अंक नहीं होंगे। ऐसा इसलिए है क्योंकि अंत के दो शून्य किसी मापन द्वारा प्राप्त नहीं हुए हैं बल्कि ये शून्य प्रत्येक माप को 100 से गुणा करने पर प्राप्त हुए हैं।

(ग) सार्थक हैं।

7 1.4

8 3.0

9 0.04

10 6.39

इकाई 2 प्रयोगशाला परिचय : त्रुटि विश्लेषण

इकाई की रूपरेखा

2.1 प्रस्तावना

पिछली इकाई में आपने मापक यंत्रों के यथार्थ न होने के कारण मापन में आने वाली त्रुटियों के बारे में अध्ययन किया था और मापन के परिणामों को सन्निकट संख्या से अभिव्यक्त किया। आपने सन्निकट संख्याओं के जोड़, घटाना, गुणा तथा भाग जैसी आधारभूत संक्रियाओं को करना तथा उनके परिणामों को सार्थक अंकों तक शुद्ध संख्या से अभिव्यक्त करना भी सीखा। हमने यह माना था कि मापक यंत्र के साथ-साथ उसका प्रेक्षक भी सम्पूर्ण दोषमुक्त है। तथापि, जैसा कि आप जानते हैं कि मापक यंत्रों में दोष हो सकते हैं तथा मनुष्य भी सम्पूर्णतः दोषमुक्त नहीं होता है। यदि वातावरण को पूरी तरह से नियंत्रित नहीं किया जाता है तो उसमें होने वाला परिवर्तन मापित वस्तु के मापन को प्रभावित करेगा जिसके कारण मापन में त्रुटियाँ पैदा हो जाती हैं। इस इकाई में हम इन त्रुटियों तथा त्रुटियों के अन्य मूल कारणों का परिचय प्राप्त करेंगे। हम यह भी सीखेंगे कि कैसे इस प्रकार की त्रुटियों को अनुमानित किया जाता है और उन्हें कैसे संभवतः विलुप्त या समाप्त किया जा सकता है।

ज्यादात्तर भौतिकी के प्रयोगों में हमारा ध्येय भौतिक राशियों में आपसी संबंध ज्ञात करना होता है। अतः जैसा कि ऊपर बताया गया है हम विभिन्न भौतिक राशियों के मापन में त्रुटियों का अनुमान लगाएँगे तथा उनके आपसी मान्य संबंधों को निर्धारित करने का प्रयास करेंगे। हम अगले कुछ प्रायोगिक विवरणों में त्रुटियों के अपने ज्ञान तथा उनके वास्तविक मापन में संचरण को प्रयोग में लाएंगे तथा उनमें संबंधों को निकालेंगे। सबसे पहले हम अपना ध्यान द्रव्यमान, लम्बाई तथा समय जैसी मूल राशियों के मापन पर केन्द्रित करेंगे। तत्पश्चात् हम ऐसे प्रयोग करेंगे जिनमें दो या दो से अधिक ऐसी राशियां सम्मलित होंगी।

उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात् आपः

- यादच्छिक त्रुटियों तथा नियत त्रुटियों में भेद कर सकेंगे।
- नियत त्रुटियों को कुछ हद तक दूर कर सकेंगे।
- विभिन्न भौतिक मात्राओं के मापन में त्रुटियों का अभिकलन कर सकेंगे।
- ग्राफ द्वारा फलनिक संबंधों का निर्धारण कर सकेंगे।
- ग्राफ की प्रवणता की व्याख्या कर भौतिक राशियों के मान का निर्धारण कर सकेंगे।

2.2 त्रुटियों के प्रकार

प्रत्येक यंत्र की एक ऐसी सीमा होती है जिसके कारण वह एक निश्चित मान से छोटी भौतिक राशियों को

नहीं माप सकता । इस निश्चित मान को यंत्र का अल्पतमांक (least count) कहते हैं । उदाहरणार्थ एक मीटर-स्केल द्वारा केवल 1mm तक ही मापा जा सकता है । वर्नियर कैलिपर्स सामान्यतया 0.1 mm तक माप सकता है जबकि माइक्रोमीटर स्क्रूगेज 0.01 mm तक माप सकता है । एक थर्मामीटर का अल्पतमांक ½° होता है । भौतिक उपकरणों की अंतर्निहित सीमाओं के अतिरिक्त त्रुटियों के अन्य मूल कारण भी होते हैं । ये त्रुटियाँ वातावरण में परिवर्तनों, प्रेक्षण तकनीकों में दोषों, मापक उपकरणों की कुसंक्रियाओं इत्यादि के कारण उत्पन्न होती हैं । किसी भी मापन की त्रुटियों को दो मुख्य शीर्षकों अर्थात् नियत् या यादृच्छिक त्रुटि में वर्गीकृत किया जा सकता है ।

आइए, अब हम इस प्रकार की त्रुटियों के कारणों का अध्ययन करें तथा देखें कि इन्हें दूर या कम कैसे किया जा सकता है ।

2.2.1 नियत त्रुटियाँ

नियत त्रुटियों को सारणिक त्रुटियाँ भी कहा जाता है, ये उन कारणों से होती हैं जो पहचानी/अभिनिर्धारित की जा सकती हैं । अतः इन त्रुटियों को सिद्धांततः दूर किया जा सकता है । इस प्रकार की त्रुटियों के कारण परिमित मान प्राप्त होते हैं जो निरंतर बहुत ज्यादा या निरंतर बहुत कम होते है । आइए अब हम एक-एक करके इन त्रुटियों की चर्चा करें ।

(i) शून्यांक त्रुटि

उदाहरणार्थ वर्नियर कैलिपर्स में जब जबड़े (Jaws) सम्पर्क में होते हैं तब हो सकता है कि वर्नियर का शून्य, मुख्य स्केल के शून्य से सम्पाती न हो । स्केल पाठ्यांकों की शून्यांक त्रुटि के परिमाण का निर्धारण किया जा सकता है । शून्यांक त्रुटि को घटाकर या जोड़कर मापन की इस त्रुटि को सरलता से दूर किया जा सकता है ।

(ii) पिच्छट त्रुटि

भौतिक राशि को मापते समय स्क्रूगेज तथा स्फेरोमीटर जैसे यंत्रों की जीर्णता-शीर्णता (wear and tear) से उनकी दोषपूर्ण फिटिंग (fitting) के कारण त्रुटि आ सकती है । इस प्रकार की त्रुटि को पिच्छट त्रुटि कहा जाता है तथा उसे एक विशिष्ट मापों के सेट में स्क्रू शीर्ष को केवल एक ही दिशा में घुमाने से कम किया जा सकता है ।

(iii) अंत्य संशोधन

कभी-कभी मीटर-स्केल के शून्य का निशान घिस-पिट जाता है । इसलिए यदि हम सतर्क न हों, तो यह स्केल हमें गलत माप दे सकती है । अतः हमें इस कमी को पूरा करने के लिए संदर्भ बिंदु को स्थानांतरित करना होगा ।

(iv) मापक यंत्र में परिवर्तनों के कारण हुई त्रुटियाँ

उन प्रयोगों में जिनमें वैद्युत राशियां सम्मिलित होती हैं प्रायः उनमें यह देखा गया है कि प्रयोगों के दौरान तापन (Heating) या दूसरे कारणों से वैद्युत राशियों के मान में परिवर्तन आ जाता है । उदाहरणार्थ, एक तार में धारा प्रवाह के कारण इसके प्रतिरोध का मान बढ़ जाता है । जिसके कारण त्रुटियाँ उत्पन्न होती हैं । जिससे इनका परिकलन तथा पूर्ति करना सामान्यतया कठिन होता है । कुछ हद तक इस त्रुटि से बचा जा सकता है जैसे, जब पाठ्यांक (observations) नहीं लिए जा रहे हों तो धारा को परिपथ में प्रवाहित नहीं होने दिया जाए ।

(v) सदोष अंशशोधन

कभी-कभी मापक यंत्रों में अंशशोधन ठीक ढंग से नहीं किया गया होता है, जिससे मापन के परिणामों में त्रुटियाँ आ जाती हैं । इस प्रकार की त्रुटियों की पहचान तथा पूर्ति आसानी से नहीं हो पाती है । यह एक निर्माता दोष (manufacturer's defect) है और यदि सम्भव हो सके तो उस यंत्र को एक मानक यंत्र की मदद से अंशशोधन करना चाहिए ।

(vi) सदोष प्रेक्षण

यह त्रुटि मीटर-स्केल को पढ़ने में लंबन (parallax) जैसे कारणों से हो सकती है । इन त्रुटियों को सही तकनीक के प्रयोग करने से दूर किया जा सकता है ।

2.2.2 यादृच्छिक त्रुटियाँ

प्रायः आपने देखा होगा कि एक ही राशि के बार-बार मापने से उसके एक जैसे मान प्राप्त नहीं होते हैं । प्राप्त पाठ्यांक उसके मानों की विभिन्नता को दर्शाते हैं । उनमें से कुछ मान अधिक होते हैं जबकि अन्य मान कम होते हैं । इसके घटने-बढ़ने का कारण यादृच्छिक त्रुटियाँ होती हैं जिनके निम्न मूल कारण हैं :

(i) प्रेक्षणात्मक

इस प्रकार की त्रुटि प्रेक्षक द्वारा होती है जब वह स्केल के लघुतम भाग तक पढ़ रहा होता है। यह उसकी अनुमान क्षमता में त्रुटियों के कारण उत्पन्न होती है।

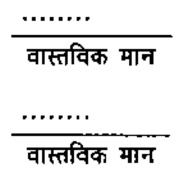
(ii) वातावरणीय

यह त्रुटि अनिश्चित् लाइन वोल्टता के घटने-बढ़ने तथा तापमान में परिवर्तन इत्यादि की वजह से उत्पन्न होती है। यह त्रुटि प्रणालियों में यांत्रिक कंपन तथा टूट-फूट के कारण भी हो सकती है। घर्षण के कारण भी पाठ्यांकों (reading) का यादृच्छिक विस्तार हो सकता है।

उदाहरणार्थ, यह एक प्रणाली के यांत्रिक पुर्जों में टूट-फूट से भी हो सकती है।

बोध प्रश्न 1

चित्र (1क) या (1ख) में से कौन-सा चित्र केवल यादृच्छिक त्रुटियों को दर्शाता है ?



(क)

(ख)

चित्र 1 : मापों का सेट। प्रत्येक बिंदु एक माप के परिणाम को सूचित करता है।

नियत त्रुटियों के विपरीत यादृच्छिक त्रुटियों का सांख्यिकीय विश्लेषण द्वारा परिमाण निर्धारित किया जा सकता है। आइए, अब हम इस प्रकार की त्रुटि का परिमाण निर्धारित करना सीखें।

2.3 त्रुटि परिमाण का निर्धारण

जब हम एक मात्रा को मापते हैं तो यह महत्वपूर्ण है कि हम उसके कई पाठ्यांक लें। यदि सभी पाठ्यांकों को एक स्वतंत्र प्रेक्षक द्वारा लिया जाए तो यह बेहत्तर होगा और इससे यह लाभ होगा कि एक प्रेक्षक के पूर्वाग्रह को हटाया जा सकेगा। इस प्रकार प्राप्त मान यह सूचित करेगा कि आँकड़ों के स्केल सीमित हैं या यादृच्छिक। इन पाठ्यांकों में त्रुटि का परिमाण ज्ञात करने के लिए त्रुटि विश्लेषण किया जा सकता है प के मानों का एक विशिष्ट सेट नीचे सारणी 1 में दिया गया है। यहाँ पर मापी जाने वाली राशि मापन प्रक्रिया से स्वतंत्र एक "वास्तविक" मान है परंतु मापन प्रक्रिया में दोष हमें इस मान को प्रत्येक बार प्राप्न करने से वंचित रखता है। सारणी 1 में दिए गए मानों में से उसका कौन-सा मान एक "वास्तविक" मान होगा ? मानों के इस विस्तार के कारण मापों से यह विस्तार बताना संभव नहीं है। ऐसी परिस्थितियों में उनका औसत मान "x" लिया जा सकता है। औसत मान प्राप्त करने के लिए हम केवल सभी मापों को जोड़ लेते हैं तथा उस जोड़ को कुल मापों की संख्या से विभाजित कर देते हैं। जैसाकि आप सारणी 1 में देख सकते हैं कि औसत 3.68 है। यह भी ध्यान दीजिए कि सारणी 1 में दिए गए अधिकतर आँकड़े औसत से विचलित हैं। अतः मानों के विस्तार का माप ही माध्य विचलन होगा। माध्य विचलन $\bar{d}$ निकालने के लिए सबसे पहले हम प्रत्येक आँकड़े का औसत मान से अंतर लेकर व्यष्टिगत विचलन ($\bar{d}$) प्राप्त करेंगे। हम इन विचलनों को फिर जोड़ेंगे तथा उनके जोड़ को पाठ्यांकों की संख्या से विभाजित करके ($\bar{d}$) प्राप्त करेंगे। जैसा कि आप सारणी 1 से देख सकते हैं कि इस उदाहरण में माध्य विचलन 0.009 है।

सारणी 1

क्र.सं० (n)	आँकड़े	विचलन (d)
1	3.69	0.01
2	3.67	0.01
3	3.68	0.0
4	3.69	0.01
5	3.68	0.0
6	3.69	0.01
7	3.66	0.02
8	3.67	0.01
	$A = 3.68$	$\bar{d} = 0.009$

जैसा कि आप जानते हैं कि एक ही राशि के बार-बार माप से बेहतर सूक्ष्मता के परिणाम मिलते हैं। सूक्ष्मता सूचकांक इसका एक माप है, जिसकी परिभाषा निम्न (बिना प्रमाण के) है,

$$S = \frac{\bar{d}}{\sqrt{n}}$$

जहां $\bar{d}$ माध्य विचलचन तथा n पाठ्यांकों की संख्या है। सूक्ष्मता सूचकांक $|S|$ औसत की अनिश्चितता का माप है। सारणी 1 के आँकड़ों का प्रयोग करके, सूक्ष्मता सूचकांक है,

$$S = \frac{\bar{d}}{\sqrt{n}} = \frac{0.009}{\sqrt{8}} = 0.003$$

अतः अंतिम परिणाम को $A \pm S$ के रूप में अभिव्यक्त किया जा सकता है। इस उदाहरण में यादृच्छिक आँकड़ों के विश्लेषण का परिणाम हमें 3.68 ± 0.003 प्राप्त होता है। हम यह देख सकते हैं कि यह त्रुटि संभावित त्रुटि जो $\pm$ 0.005 है से बहुत कम है। अतः हम इस प्रकार के उदाहरणों में संभावित त्रुटि पर केवल दो प्रकार से विचार करेंगे।

बोध प्रश्न 2

एक मेज की लंबाई के माप से हमें निम्न आँकड़े प्राप्त होते हैं :–

l_1 = 135.0 से॰ मी॰ l_2 = 136.5 से॰ मी॰ l_3 = 134.0 से॰ मी॰ l_4 = 134.5 से॰ मी॰

परिकलित कीजिए (अ) औसत मान तथा (ब) सूक्ष्मता सूचकांक। आप सूक्ष्मता सूचकांक की सम्भावित त्रुटि से कैसे तुलना करेंगे ? अंतिम परिणाम को आप कैसे अभिव्यक्त करेंगे ?

....

....

....

....

2.4 त्रुटि संचरण

अभी तक हमने यह अध्ययन किया है कि प्रत्यक्ष रीति से मापी जा सकने वाली राशि के मापन में त्रुटि को कैसे ज्ञात किया जा सकता है। तथापि, वास्तविक व्यवहार में हम एक राशि के मान दो या उससे अधिक स्वतंत्र मात्राओं के मापों से ज्ञात करते हैं। इस प्रकार के उदाहरणों में मात्रा के मान में त्रुटि ज्ञात करना, अन्य स्वतंत्र राशियों में त्रुटियों पर, निर्भर करेगा। दूसरे शब्दों में त्रुटि संचरित होगी। त्रुटि संचरण का वास्तविक विश्लेषण इस पाठ्यक्रम के उद्देश्य से अलग है। अतः हम कुछ नियमों का उदाहरण देंगे जिसका उपयोग प्रयोगशाला के कार्य में लाया जा सकता है।

2.4.1 जोड़ने तथा घटाने में त्रुटि संचरण

निम्न द्वारा परिभाषित राशि E में क्या त्रुटि होगी

$$E = x + y + z\ ?$$

आइए अब हम इस राशि का अवकलन लेते है, जिससे हमें निम्न मिलता है –

$$dE = dx + dy + dz$$

यदि माप की तुलना में त्रुटि होती है हम अवकल को डेल्टा (delta) से प्रतिस्थापित करके निम्न समीकरण प्राप्त करेंगे।

$$\delta E = \delta x + \delta y + \delta z$$

यह केवल x, y तथा z मात्राओं के मापन में हुई त्रुटियों का जोड़ है। अतः यह राशि E में अधिकतम त्रुटि है। सांख्यिकीय विश्लेषण यह बतलाता है कि इसका बेहतर सन्निकटन निम्न समीकरण है –

$$\delta E = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2 + (\delta z)^2}$$

उपर्युक्त परिकलन में हम केवल त्रुटियों के परिणाम पर विचार करते हैं। अतः राशि $(x+y-z)$ में भी त्रुटि बराबर होगी।

हल किए गए उदाहरण :

मान लीजिए कि दो लंबाइयों का मापा हुआ मान निम्न है –

$$L_1+\delta L_1 = 1.746 \pm 0.010 \text{ मी.}$$

$$L_2+\delta L_2 = 1.407 \pm 0.010 \text{ मी.}$$

$L = L_1+L_2$ राशि में त्रुटि होगी।

$$\delta L = \sqrt{(0.010)^2+(0.010)^2} \text{ मी} = 0.014 \text{ मी.}$$

2.4.2 गुणा तथा भाग में त्रुटि संचरण

यदि राशि $E = A \times B$ तथा A और B के मापन का परिणाम $A \pm \delta A$ तथा $B \pm \delta B$ हो तो राशि में कितनी त्रुटि (δE) होगी ?

यदि यहाँ हम दोबारा इनके अवकलों को लें, तो हमें निम्न समीकरण प्राप्त होंगे –

$$dE = BdA + AdB$$

$E = AB$ द्वारा विभाजित तथा अवकलों को 'δ' (डेल्टा) से प्रतिस्थापित करने के बाद हमें निम्न मिलता है –

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B}$$

बोध प्रश्न 3

समीकरण E = AB का लागरिथ्म (Logrithum) लीजिए तथा फिर इसका अवकलन कीजिए। यह सिद्ध करने के लिए कि $\frac{\delta E}{E} = \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B}$, साधारणतः इसको लागरिथ्म त्रुटि के रूप में जाना जाता है।

....

....

....

....

....

तथापि सांख्यिकीय विश्लेषण निम्नलिखित बेहतर परिणाम देते हैं –

$$\frac{\delta E}{E} = \sqrt{\frac{(\delta A)^2}{A} + \frac{(\delta B)^2}{B}}$$

नियम 1 : जब स्वतंत्र मापों को गुणा या विभाजित किया जाता है तब उनके परिणामों में भिन्नात्मक त्रुटि, व्यष्टिगत राशियों की भिन्नात्मक त्रुटियों के वर्गों के योगफल का वर्गमूल होती है।

हल किया हुआ उदाहरण :

एक प्रयोग में हम दूरी तथा समय के माप से वेग का परिकलन करते है। यदि दूरी, $S \pm \delta S = 0.63 \pm 0.02$ मी. हो, तब

$$\frac{\delta S}{S} = 0.03$$

और समय हो $T+\delta T = 1.71 \pm 0.10$

$$\frac{\delta T}{T} = 0.06$$

तब वेग होगा –

$$V = \frac{S}{T} = 0.368 \text{ मी· प्रति से·}$$

V में त्रुटि निम्न प्रकार से प्राप्त की जाती है :

$$\frac{\delta V}{V} = \sqrt{\frac{(\delta T)^2}{T} + \frac{(\delta S)^2}{S}} = 0.05$$

$\delta V = 0.368$ मी० प्रति से० $\times$ $0.05 = 0.02$ मी० प्रति से०

इस प्रकार अंतिम परिणाम निम्न होगा:

$V+\delta V = 0.37 + 0.02$ मी. प्रति से.

2.4.3 अन्य गणितीय संक्रियाओं में त्रुटि संचरण

घरव्यातांकी राशि में त्रुटियाँ : आइए, हम सबसे पहले एक विशिष्ट उदाहरण पर विचार करें जिसमें एक राशि घातांक के साथ प्रकट होती है। उदाहरण के लिए $S = A^2 = A \times A$, यहाँ आपस में गुणा की गई संख्याएँ एक समान हैं और इसीलिए स्वतंत्र नहीं हैं। उपर्युक्त नियम यहाँ पर लागू नहीं होता है। विस्तृत विश्लेषण से यह पता चलता है कि लोगेरिथ्मीय त्रुटि एक अच्छा अनुमान प्रस्तुत करती है। उपर्युक्त समीकरण का लोगेरिथ्म लेने से हम प्राप्त करते हैं –

$\log S = 2 \log A$

अवकलन करने तथा अवकलों को δ (डेल्टा) में बदलने से हमें निम्न प्राप्त होता है.–

$$\frac{\delta S}{S} = 2\,\frac{\delta A}{A}$$

अतः A^2 में भिन्नात्मक त्रुटि A की त्रुटि से दुगनी होगी तथा A^3 में भिन्नात्मक त्रुटि A की त्रुटि से तिगुना होगी तथा $\sqrt{A}$ में भिन्नात्मक त्रुटि A की त्रुटि से आधी होगी।

नियम : राशि "A^n" में भिन्नात्मक त्रुटि, n गुना राशि A में भिन्नात्मक त्रुटि के बराबर होगी।

उदाहरण : मान लीजिए कि द्रव्यमान के दो माप इस प्रकार हैं –

$M_1 \pm \delta M_1 = 0.743 \pm .005$ कि. ग्रा.

तथा $M_2 + \delta M_2 = 0.384 \pm 0.005$ कि. ग्रा. δM तथा $M = 2M_1+5M_2$ के मान ज्ञात कीजिए। यह भी ज्ञात कीजिए कि $(M_1 + M_2)$ तथा $(M_1 - M_2)^{-3}$ में त्रुटि कितनी होगी ।

संकेत : $2\,M_1$ में त्रुटि $2\,\delta M_1$ है तथा $5\,M_2$ में त्रुटि $5\,\delta M_2$ है।

इस प्रकार $2\,M_1+5\,M_2$ में त्रुटि है $\delta M = \sqrt{(2\delta M_1)^2+(5\delta M_2)^2}$

इसी प्रकार अन्य गणितीय संक्रियाओं तथा ग्राफों से परिणाम निकालने के लिए निम्नलिखित नियम का प्रयोग किया जाता है –

नियम : इससे परिणाम में त्रुटि प्राप्त की जाती है। यह ज्ञात करके कि जब आँकड़ों में अधिकतम त्रुटि होती है तब परिणाम में कितना परिवर्तन होता है।

उदाहरण : आइए अब हम $\sin(30° \pm 0.5°)$ में त्रुटि अभिकलित करें।

लागरिथ्मीय सारणियों का प्रयोग करके हम प्राप्त करते हैं –

$\sin 30° = 0.5$ $\sin 30.5° = 0.508$

$\sin 29.5 = 0.492$

$\sin 30°$ तथा $\sin 30.5°$ में अंतर 0.008 है, तथा $\sin 30°$ तथा $\sin 29.5°$ में भी अंतर 0.008 है।
अतः $\sin 30°$ में त्रुटि $\pm$ 0.008 होगी।

बोध प्रश्न 4

$90°$ के sin में त्रुटि ज्ञात कीजिए जब कोण में $0.5°$ की त्रुटि हो। अपने परिणाम से उपर्युक्त उदाहरण में प्राप्त किए गए परिणाम की तुलना कीजिए –

....

....

2.4.4 आरेखन में त्रुटि संचरण

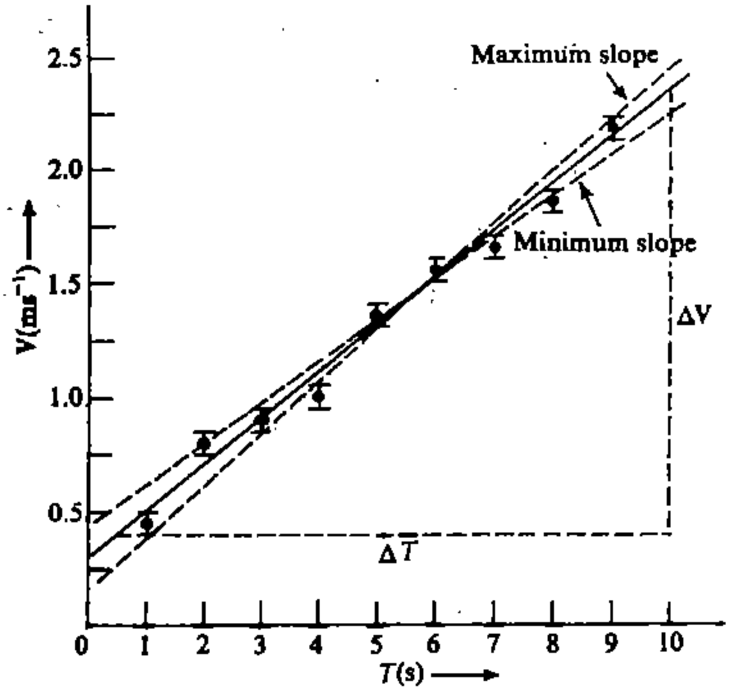
प्रायः हम दो भौतिक राशियों में उनके बीच ग्राफ आरेखित करके फलनिक संबंध को बेहतर रूप में समझ सकते हैं। यह प्रायोगिक आँकड़ों को उपयोग करने का एक और उपयोगी तरीका है क्योंकि कुछ राशियों के मान ग्राफ की प्रवणता से प्राप्त किए जा सकते हैं। ग्राफ आरेखित करते समय हम निम्नलिखित निर्दशिकाओं का प्रयोग करेंगे :

1. ग्राफ के ऊपर एक संक्षिप्त शीर्षक दीजिए।
2. अक्ष को भौतिक राशि के नाम से लेबिल कीजिए जो अपने मात्रकों सहित प्रस्तुत की जा रही है।

यह परंपरागत है कि स्वतंत्र चर (वह राशि जिसे अपनी इच्छानुसार किसी प्रयोग के दौरान परिवर्तित किया जा सकता है) को x-अक्ष पर तथा आश्रित चर (आश्रित चर वह है जो स्वतंत्र चर में परिवर्तन के परिणामस्वरूप परिवर्तित होता है) को x-अक्ष पर आलेखित किया जाता है। हम प्रत्येक अक्ष पर निरूपित चर के नाम उनकी मात्राओं सहित जिनमें उन्हें मापा जाता है, लिखेंगे।

हमें अक्षों पर स्केलों का परिसर इस प्रकार चुनना है ताकि ग्राफ पेपर पर बिंदुओं को भली-भाँति दिखाया जा सके। जिससे ऐसा न हो कि सभी बिंदु ग्राफ के एक ही हिस्से में आ जाएँ। अब हम आँकड़ों के न्यूनतम और अधिकतम मानों को देखते हैं जिन्हें हमें ग्राफ पेपर पर आलेखन करना है। इसके पश्चात् हम इन दोनों मानों को न्यूनतम से कुछ कम तथा अधिकतम से कुछ अधिक ले सकते हैं। अब हम अधिकतम मान में से न्यूनतम मान को घटाते हैं और इस अंतर को ग्राफ पेपर पर अक्ष में उपस्थित भागों की संख्या से भाग देकर हम एक भाग में परिसर ज्ञात कर सकते हैं। उदाहरण के लिए यदि हमें (5.2, 0) और (17,0) को ग्राफ पर दिखाना हो तो सुविधा के लिए x-अक्ष के स्केल का क्रम 0 से 18 के बनाए 5 से 20 तक लें।

दत्तानुसारी बिंदुओं के प्रत्येक सेट को ग्राफ पेपर पर एक वृत्त के भीतर बिंदु द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है तथा त्रुटि को उस बिन्दु के ऊपर तथा नीचे रेखाओं का प्रयोग करके दिखाया जाता है, जैसा कि चित्र-2 में दिखाया गया है। ग्राफ के आँकड़े यह बताते हैं कि V, समय T का रैखिक फलन हैं। आप यह जानते हैं कि एक सरल रेखा की व्यापक समीकरण $Y=mX+c$ है जहाँ m रेखा की प्रवणता है तथा c, Y के मान में उर्ध्वाधर अपरोधन या उध्वधिर काट (vertical intercept) है जब $X=0$ हैं। अतः ग्राफ द्वारा हम लिख सकते है कि $V=aT+V_0$ उपर्युक्त समीकरण से मिलान करने पर हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि ग्राफ की प्रवणता हमें त्वरण देती है तथा $T=0$ पर अपरोधन या काट से हमें वेग प्राप्त होता हैं। ग्राफ से V_0 का मान 0.32 मी०/से०मी० है।



चित्र 2: वेग एवं समय के मध्य आलेख

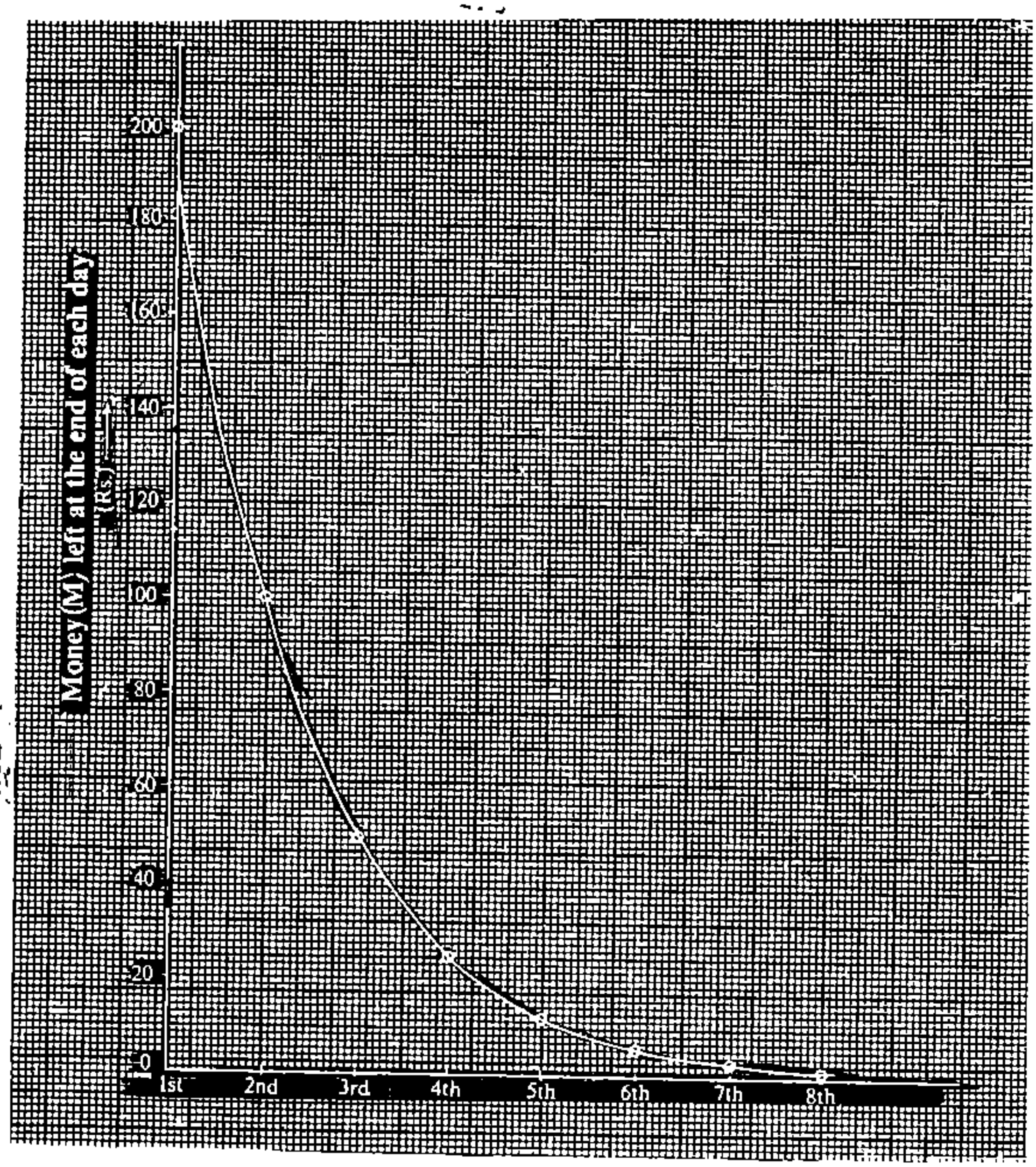
मान लिया कि पहले बिंदु के निर्देशांक (V_1, t_1) और दूसरे बिंदु के निर्देशांक (V_1, t_2) हैं। रेखा की प्रवणता को हम इन दो बिन्दुओं के बीच y-अक्ष में परिवर्तन तथा x-अक्ष में परिवर्तन से भाग देकर प्राप्त कर सकते हैं इसे हम निम्न प्रकार से लिख सकते हैं ·

$$a = \text{प्रवणता} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

ऊपर वाले उदाहरण में, आपने चर V और T के बीच एक रैखिक ग्राफ पेपर पर आलेखन किया है, यहाँ पर V, T का एक रैखिक फलन है। कुछ प्रयोगों में हम पाएंगे कि जहाँ पर परिमित चर के बीच संबंध रैखिक नहीं हैं। मान लीजिए एक आदमी प्रत्येक माह 200 रुपये वेतन पाता है और वह यह निर्णय करता है कि प्रत्येक दिन की राशि का आधा भाग खर्च करेगा। इस प्रकार उस आदमी पर पहले सात दिनों में मौजूद राशि को सारणी 2 में दिर्शाया गया है :

महीने का दिन	आदमी के पास मौजूद राशि (M)
	रुपये पैसे
1	200.00
2	100.00
3	50.00
4	25.00
5	12.50
6	6.25
7	3.12
8	1.56

अब आप इस आँकड़े को एक रैखिक ग्राफ पेपर पर खींचिए। यह ग्राफ चित्र-3 के ग्राफ जैसा होगा। ग्राफ को ध्यानपूर्वक देखिए। आप पाएँगे कि पाँच बिंदु ग्राफ के दायीं ओर नीचे, एक दूसरे के बहुत ही नजदीक हैं। ऊपर खींचे हुए ग्राफ के अंतर्गत हमने थोड़ा अनुभव भी लगाया हैं। इसलिए हमें कोई और तरीका ढूँढना होगा जिससे हम ऊपर वाले आँकड़े को भली-भाँति ग्राफ पेपर पर प्रदर्शित कर सकें।

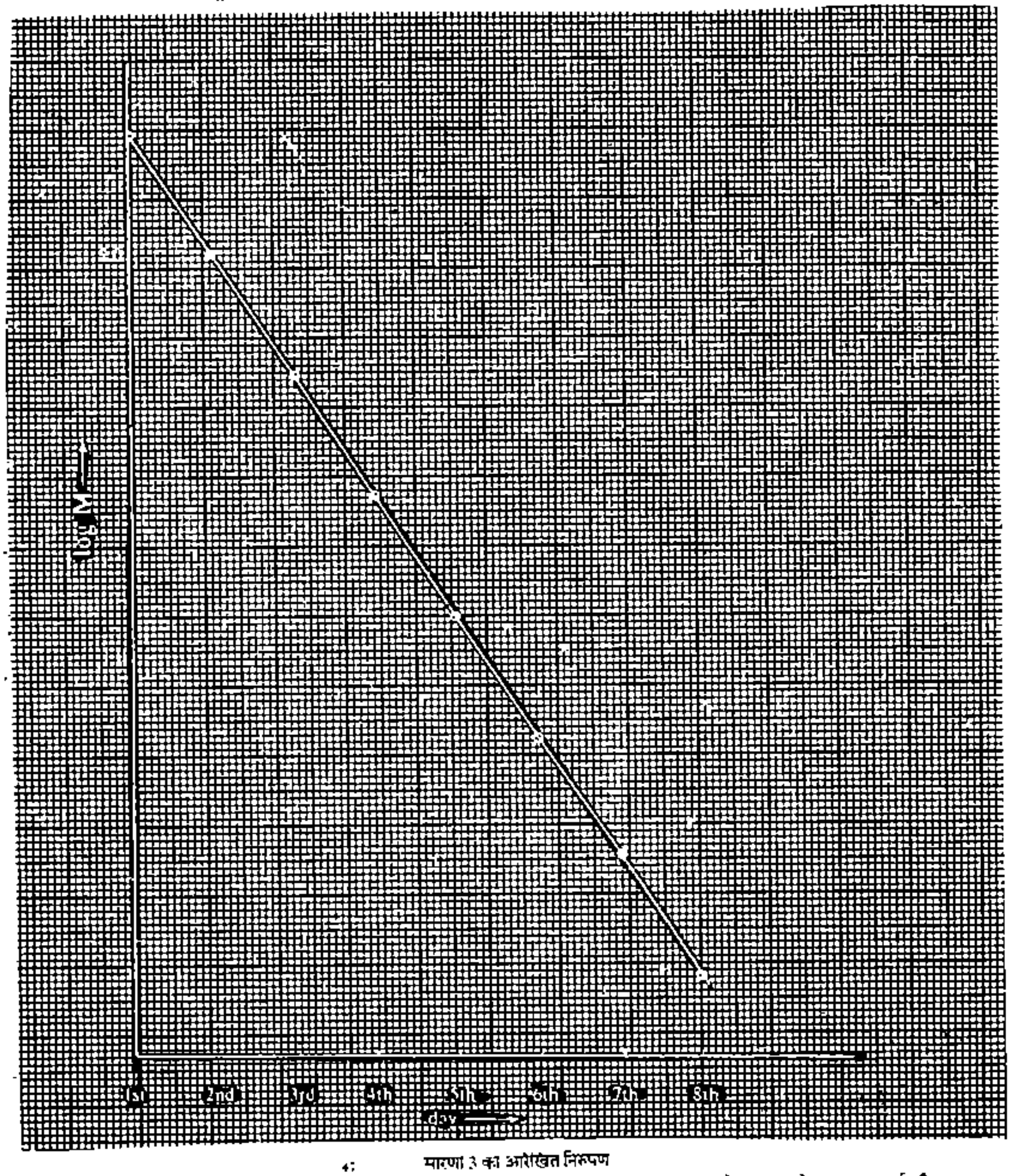


चित्र 3: सारणी 2 का आरेखित निरूपण

महीने का दिन	लॉग M
1	2.301
2	2.000
3	1.699
4	1.397
5	1.097
6	0.796
7	.494
8	.193

अब आप यह सोचने की कोशिश करें कि जब आप इस प्रकार के आँकड़ों को जिनके बिंदुओं में काफी अंतर है, का ग्राफ आपको अपने स्कूल में खींचने के लिए मिला होगा तब आपने क्या किया था ? इसके लिए हम आपको बतलाएंगे कि इस प्रकार के आँकड़ों का ग्राफ अगर खींचना हो तो आप आंकड़ों का लघुगणक लीजिए और इन आँकड़ों को रैखिक ग्राफ पेपर पर खीचिए। जब आप इन आँकड़ों को रैखिक ग्राफ पेपर पर खींच लेंगे तब यह पाएँगे कि ये सभी बिंदु एक ही रेखा पर हैं। इसी प्रकार आप सारणी 2 के आँकड़ों का लघुगणक लीजिए और इसे सारणी 3 में लिखिए।

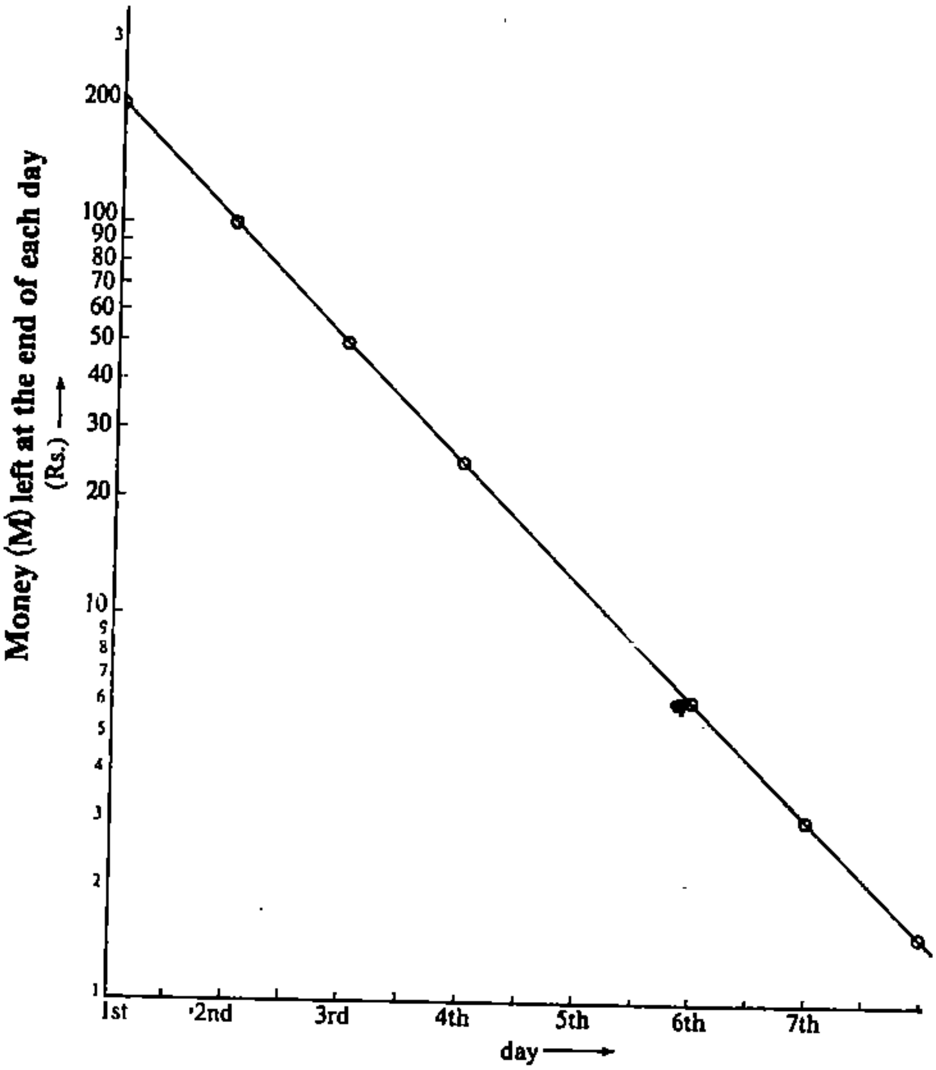
अब आप लॉग M और महीने के दिनों में ग्राफ खींचिए। यह ग्राफ आप को चित्र-4 में दिखाए गए ग्राफ जैसा होगा। आप ग्राफ में यह पाएंगे कि अधिकतर बिंदुओं के बीच का स्थान लगभग समान है इस प्रकार आप आराम से इन बिंदुओं के बीच सीधी रेखा खींच सकते हैं।



4: सारणी 3 का आरेखित निरूपण

आपने यह अनुभव किया होगा कि हर एक आँकड़ों के लिए लॉग निकालना मन को उकसाने वाला कार्य है। इसके अलावा आपको एक नये पद को प्रस्तुत करना पड़ेगा जिससे आँकड़ों और ग्राफ के बीच में त्रुटि उत्पन्न होगी। इसलिए, प्रयोग के लिए हम एक नये प्रकार का ग्राफ पेपर लेंगे जिसे अर्ध लॉग या लॉग रैखिक ग्राफ पेपर कहते हैं। इस ग्राफ पेपर में एक अक्ष लघुगणन द्वारा प्रचलित होता है। एक अर्ध लॉग ग्राफ पेपर (कृपया चित्र-5 का ग्राफ देखिए) में क्षैतिज-अक्ष पर साधारण पैमाने द्वारा प्रचलित होता है जिसमें सभी भागों का एक भाग दस उपभाग में विभाजित किया गया है और प्रत्येक उप-भाग का अंतरालय बराबर है। उर्ध्वाधर-अक्ष लघुगणन द्वारा प्रचलित (यह आँकड़ों का अपने आप ही लॉग ले लेता है) है जिसमें दस की दो लगातार घातों के बीच पैमाने की लंबाई समान होती है। आखिर में, प्रत्येक दशक में, अंतरालय का प्रसार ऊपर की ओर कम हो जाता है। अब हम अर्ध लॉग ग्राफ पेपर पर सारणी 2 के आँकड़ों का ग्राफ खींचेंगे। यह ग्राफ हमें एक सीधी रेखा में प्राप्त होता है जिसे चित्र-5 में दिखाया गया है। यदि अब आप चित्र-4 और चित्र-5 के ग्राफों की तुलना करें तो आप यह देखेंगे कि अर्ध लॉग ग्राफ पेपर और लघुगणन ग्राफ (जिसे रैखिक ग्राफ पेपर पर खींचा गया है) से प्राप्त किया गया है, परंतु बिंदु एक ही तरह से प्रदर्शित हुए हैं। अब

आपके मस्तिष्क में एक प्रश्न उठता है कि हम चित्र-5 से प्राप्त सीधी रेखा की प्रवणता कैसे ज्ञात करेंगे ? और एक रेखा का समीकरण क्या है ?



चित्र 5: अर्ध लॉग ग्राफ पेपर पर सारणी 3 का निरूपण

जब आप लॉग M को y से तथा दिन को t से प्रदर्शित करेंगे। तब y और t के बीच में एक सरल रेखा का ग्राफ प्राप्त करेंगे। इसे निम्न रेखा से निरूपित करते हैं।

$$y = b + kt \tag{1}$$

जहाँ b का मान y-अक्ष पर रेखा के उर्ध्वाधर-काट के बराबर है और k रेखा की प्रवणता है। हम ग्राफ से b और k का मान निम्न प्रकार से प्राप्त कर सकते हैं। जब $t=0$, $M=200$, तब

लॉग = लॉग $200 = 2.300 = y$

$2.30 = b+0$ और $b = 2.30$

$\therefore\ y = 2.30 + kt$

जब $t=7$ हो, $M=1.56$ और लॉग $M=$लॉग $1.56 = 0.193 = y$ इन मानों को समीकरण (1) में लिखने पर, हम निम्न समीकरण प्राप्त करते हैं।

$$0.193 = 2.30 + 7k$$

$$\therefore \text{ प्रवणता } k = -\frac{2.1}{7} = -0.3$$

और जैसा रेखा की समीकरण निम्न है—

$$= 2.3 - 0.3\,t \tag{2}$$

चित्र-5 के ग्राफ से या दूसरे शब्दों में समीकरण (2) से आप पाएंगे कि इस वक्र का ग्राफ चित्र-3 में खींचा गया है।

अब आप यह मान लीजिए कि M का मान $t=0$ पर M_0 है तब आप समीकरण (2) को निम्न प्रकार से दिखला सकते हैं :

लॉग M = लॉग $M_0 + kt$

और लॉग M - लॉग $M_0 = kt$

और लॉग $\frac{M}{M_0} = kt$

और $\frac{M}{M_0} = 10^{kt}$

और $M = M_0 \, 10^{kt}$ (3)

यह वही समीकरण है, जिसका ग्राफ चित्र-3 में खींचा गया है। यह ग्राफ हमें बतलाता है कि प्रत्येक दिन धन (रुपये) में ह्रास की दर लघुगुणकीय है।

विज्ञान में आपको बहुत सी लघुगणकीय या चरघातांकीय संबंध मिलेंगे जो समीकरण (3) के प्रकार के होंगे। इस प्रकार के समीकरणों को अर्ध लॉग ग्राफ पेपर पर खींचना आसान है, क्योंकि इससे प्राप्त ग्राफ एक सरल रेखा होगी यदि इसमें लघुगणनीय संबंध हैं। इसके अलावा रेखा की प्रवणता (जिसका मान किसी भी भौतिकीय नियतांक में निरूपित किया जा सकता है) को हम ग्राफ पर आसानी से पढ़ सकते हैं।

कभी-कभी हमें इस प्रकार के आँकड़ों में ग्राफ खींचना पड़ जाता है जिसके दोनों अक्षों में मानों का परिसर बहुत ही ज्यादा होता है। उदाहरण के लिए जैसा कि आप जानते हैं कि केपलर्स के नियम के द्वारा, किसी गृह के कक्ष की दीर्घ अक्ष की त्रिज्या (R) और उसके आवर्त काल T (सूर्य के चारों ओर एक चक्कर लगाने का समय) में निम्नलिखित संबंध होता है :

$$R^3 = k\,T^n$$

ज़हाँ पर k एक नियतांक है।

अब आप लॉग R और लॉग T के बीच एक रैखिक ग्राफ खीचेंगे। सरल रेखा की प्रवणता चरघ क n का मान है. लेकिन जैसा कि ऊपर आपको बताया गया है कि किसी भी प्रायोगिक आँकड़ों का लघुगणन लेना मन को उकसाने वाला कार्य है, इसलिए आप दोनों चरों T और R को लॉग-लॉग ग्राफ पेपर पर खींचेंगे जिसके दोनों अक्षों में अंतरालय लघुगणकीय है। एक लॉग-लॉग पेपर चित्र-6 में दिखाया गया है। इस पर सभी बिंदु एक ही सरल रेखा में स्थित हैं। इस सरल रेखा की प्रवणता, चरघातांक n, के बराबर है और चरें T और R में सही संबंध निकाला जा सकता है।

एक सरल रेखा की प्रवणता में त्रुटि ज्ञात करने के लिए आप अर्ध-लॉग या लॉग-लॉग ग्राफ पेपर पर उस रेखा को खींचिए। अब आप दो डैश वाली रेखा खींचे जिनमें एक रेखा अधिकतम प्रवणता तथा दूसरी रेखा न्यूनतम प्रवणता को निरूपित करती है और ये रेखाएं हमारे आंकड़ों में ठीक बैठती हैं। अतः

प्रवणता में त्रुटि को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है –

$$\text{प्रवणता में त्रुटि} = \frac{\text{अधिकतम प्रवणता} - \text{न्यूनतम प्रवणता}}{2}$$

अतः हमें ग्राफ से प्रवणता में त्रुटि इस प्रकार प्राप्त होती है –

$$= \frac{0.23 - 0.19 \text{ (मी./सें.}^2)}{2} = 0.02 \text{ मी./सें.}^2$$

अतः ग्राफ द्वारा त्वरण का प्रायोगिक मान निम्न है –

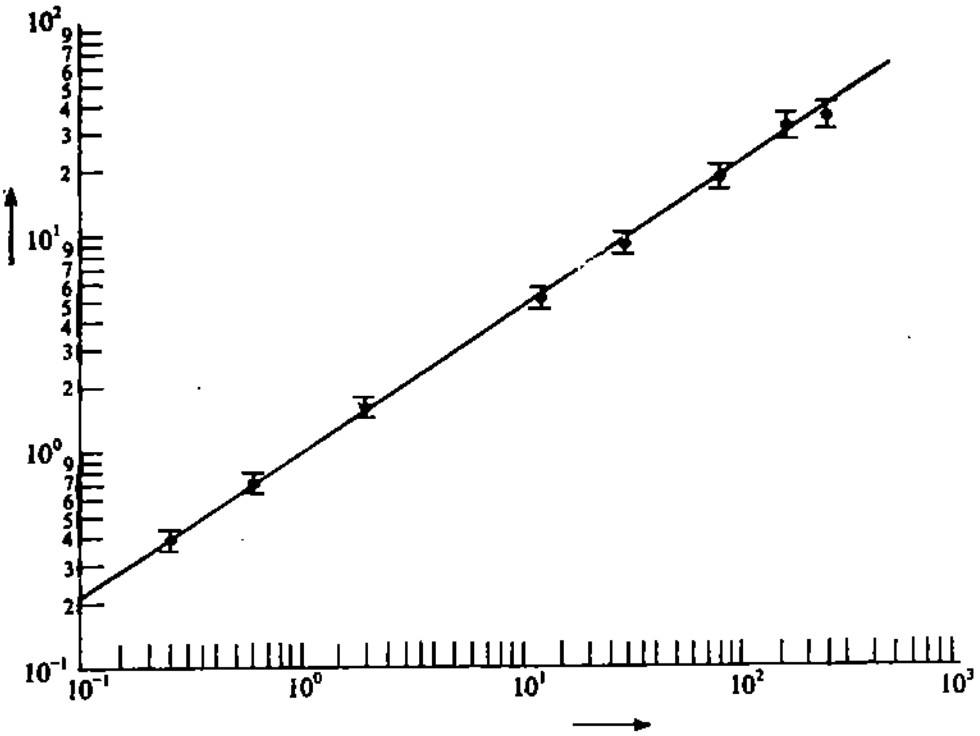
$$A \pm a = 0.20 \pm 0.02 \text{ मी./सें.}^2$$

इसी प्रकार अपरोधन में त्रुटि = (न्यूनतम प्रवणता रेखा का अपरोधन–अधिकतम प्रवणता रेखा का अपरोधन)/2

हम ग्राफ द्वारा यह सत्यापित कर सकते हैं –

$V_0 = (0.45 - 0.17) /2 \pm 0.02$ मी./से.^{2}

अतः $T = 0$ पर वेग होंगे $V_0 \pm 0.32 \pm 0.31$ मी./सें.



2.5 π का प्रयोग

ऐसा प्रतीत होता है कि हमारे अधिकांश विद्यार्थी इस गलत धारणा से प्रभावित हैं कि π का मान 22/7 के बराबर है। दुर्भाग्यवश इस भ्रामक धारणा को स्थायी बनाने तथा दृढ़ करने में पुस्तकों के लेखकों का भी योगदान रहा है। इन लेखकों ने कई ऐसी संख्यात्मक निर्मेय तैयार किए हैं जिसमें ऑकड़े इस प्रकार बैठाए गए हैं कि $\pi = 22/7$ प्रयोग करके गुणक 7 हमेशा सरलता से कट जाता है तथा सरलीकरण बहुत आसान हो जाता है। लेकिन वास्तविक में भौतिक राशियों के मान ऐसे नही होते कि वे 7 के साथ कट जाने में कोई मदद करते हों। और हमें यह भी स्वीकार करना पड़ेगा कि π के मान को तथ्यतः किसी भी पूर्णांक के रूप में अभिव्यक्त नहीं किया जा सकता है। अर्थात् π का मान 22/7, इसके कई सन्निकटों में से एक है जिस उपयोग में लाया जाता है। वास्तव में π का अधिक सन्निकटन $355/133 = 3.1415928$ है। इसकी तुलना परिकलित्र मान $= 3.141592654$ तथा $22/7 = 3.14286$ से कीजिए। आप देखेंगे कि 22/7 का मान परिकलित्र द्वारा दिए गए ज्यादा यथार्थ (सही) मान से तीसरे दशमलव स्थान पर विचलित होता है, यदि हम इसका 5-अंक यथार्थता तक निकटन $\pi = 3.1415$ (परिकलित्र द्वारा कर लें), जहाँ कि सन्निकटन $355/133 = 3.1416$ तथा $22/7 = 3.1429$ हैं।

पूर्वस्नातक स्तर के प्रायोगिक कार्यों के लिए यह मान सबसे अधिक सुविधाजनक तथा अपेक्षाकृत अधिक सही होगा। यह याद रखना कि मान अंकों में निम्नलिखित होगा

$$\pi = 3.142 : \log \pi = 0.4972,$$
$$\pi^2 = 9.870, \log \pi^2 = .9943$$

जहाँ भी अपने परिकलनों में π का मान प्रयोग करना हो तो π का उपर्युक्त मान लाभदायक सिद्ध होगा।

2.6 हल और उत्तर

बोध प्रश्न

1 (क)

2 (क) 135.0 सें.मी.
(ख) 0.375 सें.मी.

सम्भावित त्रुटि ± 0.05 है जो कि परिशुद्धता गुणांक से बहुत कम हैं। अंतिम परिणाम् 135.0 ± 0.375 सें.मी. हैं।

3 $E = A\,B$

दोनों पक्षों का लॉग लेने पर

लॉग E = लॉग A + लॉग B

आंशिक अवकलन करने पर

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B}$$

4 (i) $\sin 90^\circ = 1.000$, $\sin 90.5^\circ = \cos 0.5^\circ = 1.000$
$\sin 89.5^\circ = 1.000$
इस दशा में $\sin 90^\circ$ में त्रुटि शून्य होगी।

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड.. छात्र का नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण संख्या ....

प्रयोग 1 : लोलक की लंबाई, आयाम और द्रव्यमान पर आवर्तकाल की निर्भरता

रूपरेखा

1.1 प्रस्तावना

आप स्कूल में सरल लोलक के बारे में पढ़ चुके हैं। सरल लोलक में धातु का एक भारी गोलक (bob) धागे एक भारहीन (weightless) और अवितान्य (inextensible) धागे से बंधा होता है। यह धागा एक दृढ़ आलंब से बंधा होता है। गोलक आलंब-बिंदु (point of suspension) के इर्द-गिर्द मुक्त रूप से दोलन कर सकता है। साम्यावस्था स्थिति (equilibrium position) के दोनों ओर गोलक के अधिकतम विस्थापन को दोलन का आयाम (amplitude) कहा जाता है। एक पूर्ण दोलन करने में लोलक द्वारा लिए गए समय को आवर्तकाल (period) कहा जाता है। जब हम किसी सरल लोलक को दोलन करते हुए देखते हैं तो हमारे मन में निम्न कुछ प्रश्न आते हैं जैसे कि:

1. गोलक का पदार्थ और उसका आकार-प्रकार लोलक के आवर्तकाल को किस प्रकार प्रभावित करते हैं ?
2. दोलन (oscillation) के आयाम में परिवर्तन होने से आवर्तकाल में किस प्रकार परिवर्तन होता है ?
3. धागे की लंबाई या मोटाई का आवर्तकाल पर क्या प्रभाव पड़ता है ?
4. गोलक के साथ खिंचने वाली वायु लोलक के आवर्तकाल को किस प्रकार प्रभावित करती है ?

यहां हम इनमें से कुछ प्रश्नों की जाँच करेंगे। शायद आप सोचें कि यह प्रयोग आपके स्तर के अनुकूल नहीं है। पर हम यह सरल और सुपरिचित प्रयोग इसलिए दे रहे हैं जिससे कि आप सरल आवर्त गति को और अच्छी तरह से समझ सकें। साथ ही आप को प्रयोग की योजना बनाने का अनुभव और परिणामों के विश्लेषण में दक्षता हासिल हो सके। दूसरे शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि हमारा उद्देश्य आपको वैज्ञानिक विधि में प्रशिक्षण देना और आपके अन्वेषी कौशल को उभारना है।

सर्वप्रथम सरल लोलक का विचार एक भोज में दीपाधार के कंपन को देखकर गैलीलियो को आया था। उसने अपनी नाड़ी-गति माप कर दीपाधार के कंपन का आवर्तकाल मालूम किया था। इस लोलक के ही एक संशोधित रूप का प्रयोग दीवार-घड़ियों में होता है। शायद आप यह भी जानते होंगे कि आजकल समय का अति परिशुद्ध मापन करने के लिए परमाणु-घड़ियों का प्रयोग किया जाता है जिनमें सीजियम के परमाणु एक लोलक की तरह कार्य करते हैं।

शायद अब आपको लगे कि समय मापने के लिए सरल लोलक एक आदर्श व्यवस्था है। पर ऐसा नहीं है क्योंकि सरल लोलक में कुछ अंतर्निहित कमियां होती हैं। उदाहरण के लिये गोलक अपने साथ हवा को भी खींचता है, धागा बिल्कुल अवितान्य नहीं होता, निलंबन-बिंदु के प्रति हो रही गति के कुछ घूर्णी घटक (rotational component) आदि हो सकते हैं। सरल लोलक के स्थान पर पिंड लोलक (compound pendulum) का प्रयोग करके इनमें से कुछ कमियों को दूर किया जा सकता है। पिंड लोलक दृढ़ पिंड होता है जो कि इससे होकर जाने वाले क्षैतिज अक्ष (horizontal axis) के प्रति मुक्त रूप से दोलन कर सकता है। आपकी प्रयोगशाला में पिंड लोलक धातु का एक दंड है जिसमें अनेक छेद हैं। क्षुर-धार (knife-edge) से इस लोलक को लटकाया जाता है तब इन छेदों की वजह से ही लोलक मुक्त रूप से सरल आवर्त गति करता है।

सरल लोलक और पिंड लोलक की तरह कमानी-द्रव्यमान तंत्र भी सरल आवर्त गति करता है। इसका प्रयोग कमानी-नियतांक (spring constant) को मापने में किया जा सकता है। यह आप अगले प्रयोग में सीखेंगे।

उद्देश्य

इस प्रयोग को कर लेने के बाद आप

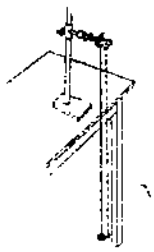
- लॉगरिथमीय और अर्ध लॉग ग्राफ पेपर का प्रयोग किन्हीं दो राशियों के बीच घात नियम जानने के लिए कर सकेंगे
- सरल लोलक के आवर्तकाल और लंबाई के बीच संबंध स्थापित कर सकेंगे
- प्रदोल के आयाम और गोलक के द्रव्यमान पर आवर्तकाल की निर्भरता का पता लगा सकेंगे
- सरल लोलक और दंड लोलक से विश्रांति-काल का मान ज्ञात कर सकेंगे
- सरल लोलक और दंड लोलक द्वारा मापे गए गुरूत्व-त्वरण के मानों की तुलना कर सकेंगे
- परिभ्रमण-त्रिज्या (radius of gyration) ज्ञात कर सकेंगे।

1.2 सरल लोलक द्वारा अन्वेषण

सर्वप्रथम आपको सरल लोलक की लंबाई (l) दोलन के आयाम (θ) और गोलक के द्रव्यमान (m) पर उसके आवर्तकाल की निर्भरता ज्ञात करनी है। हम यह जानना चाहते हैं कि ये तीन प्राचल (parameters) आवर्तकाल को किस प्रकार प्रभावित करते हैं। इसलिए एक समय में केवल एक ही प्राचल में परिवर्तन करना उचित होगा। तब हम यह मान सकते हैं कि आवर्तकाल में जो कुछ भी परिवर्तन हो रहा है वह उस प्राचल विशेष में किए जा रहे हैं परिवर्तन के कारण ही हो रहा है। (यदि तीनों प्राचलों में एक साथ परिवर्तन किया जाता है तो हमारे लिए यह बता पाना मुश्किल होगा कि किसी एक प्राचल विशेष के कारण आवर्तकाल में कितना परिवर्तन हुआ है)। इसलिए हम चाहते हैं कि आप इस प्रयोग को तीन चरणों में करें। इस प्रयोग में इस्तेमाल होने वाले उपकरणों की सूची नीचे दी गई है।

उपकरण : अलग अलग धातुओं के तीन एक जैसे गोलक, प्रोट्रेक्टर, अलग अलग लंबाइयों वाले कुछ धागे, स्टॉप वाच, मीटर पैमाना, क्लैम्प स्टैण्ड, कार्क पैड, वर्नियर कैलीपर्स।

लगभग दो मीटर लंबा एक धागा लेकर उसके एक सिरे को गोलक से बांध दीजिए। धागे के दूसरे सिरे को कटी हुई कार्क के बीच से आर पार निकाल कर चित्र 1.1 की भांति कार्क को क्लैम्प में कस दें।



चित्र 1.1 : एक सरल लोलक

गोलक को स्थिर अवस्था से एक ओर थोड़ा सा हटा कर छोड़ दीजिए। ऐसा करने पर वह दोलन करने लगता है। आपको इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि दोलन के दौरान गोलक प्रचक्रण न करे। कहने का

अर्थ यह है कि लोलक मुक्त रूप से दोलन करे। अब आपके प्रयोग की व्यवस्था पूरी है और आप अपना अन्वेषण शुरू कर सकते हैं पर इस प्रक्रिया को शुरू करने के पहले हम यह चाहते हैं कि आप अपना कुछ समय इस बात का अनुमान लगाने में लगाये कि इन तीन प्राचलों में परिवर्तन करने पर दोलन के आवर्तकाल में किस प्रकार परिवर्तन होता है। आप अपने अनुमानों को लिख लीजिए तथा प्रयोग पूरा कर लेने के बाद आप देखें कि आपका अनुमान कहाँ तक ठीक था।

l, m और θ पर T की निर्भरता संबंधी अनुमान

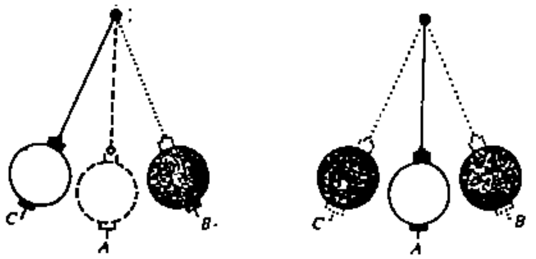
1. ....

2. ....

3. ....

1.2.1 आवर्तकाल की लंबाई पर निर्भरता

एक सूचक की सहायता से गोलक की साम्यावस्था स्थिति (equilibrium position) और दोलन के अधिकतम विस्थापन पर चिह्न लगा दीजिए। प्रत्येक प्रेक्षण में आयाम अचर रहना चाहिए और कोणीय आयाम कभी भी 10° से अधिक न हो। इसकी जांच एक प्रोट्रेक्टर की सहायता से की जा सकती है। यदि प्रोट्रेक्टर उपलब्ध न हो, तो आप दफ़्ती के टुकड़े से स्वयं एक प्रोट्रेक्टर बना सकते हैं। इस प्रोट्रेक्टर को आप ड्राइंग पिन से मेज के किनारे पर इस तरह लगा लें कि 0° वाली रेखा और लोलक की साम्यावस्था स्थिति संपाती हो जायें। (ऐसा न होने पर लोलक की गति सरल आवर्त गति नहीं होगी।) स्टॉप वाच और मीटर स्केल के अल्पतमांक (least count) को प्रेक्षण सारणी 1.1 में लिख लीजिए। अब आप गोलक को साम्यावस्था स्थिति से विस्थापित करके छोड़ दीजिए। आप दोलनों की गिनती करने के लिए संदर्भ बिंदु दो अवस्थाओं में ले सकते हैं जैसा कि चित्र 1.2 में दिखाया गया है। परन्तु हम पहली विधि को ही बेहतर



चित्र 1.2 : दोलनों की गिनती करने के दो भिन्न-भिन्न तरीके

मानते हैं क्योंकि इसमें संदर्भ बिंदु नहीं बदलता। गोलक की साम्यावस्था स्थिति से आप दोलनों की गिनती शुरू कीजिए। गिनती शुरू करने के साथ ही स्टॉप वाच भी चालू कर दें। प्रायः गिनती शुरू/समाप्त करने और स्टॉप वाच को बंद/शुरू करने में थोड़े से समय का अंतर रह जाता है। इस समय को अभिक्रिया समय (reaction time) कहा जाता है। इसका औसत मान 0.3 सेकंड होता है। इससे आवर्तकाल में कुछ त्रुटि हो सकती है। यहां पर इस बात को ध्यान में रखना बहुत जरूरी है कि आपको अपने परिणाम में कितनी परिशुद्धता चाहिए। इसका एक उत्कृष्ट नियम यह है कि हम वह समय-अंतराल लें जिसमें दोलन का आयाम कम नहीं होता। इसके लिए आप 1, 10, 20, 30, 50, 70, 100 दोलनों का समय नोट कर लीजिए और अपने पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 1.1 में लिख लीजिए। अब दोलन का आवर्तकाल ज्ञात कर लीजिए। दोलनों की इष्टतम संख्या (optimum number) का निर्णय करने के लिए T के मान में हुआ परिवर्तन देखें। जब T के दो क्रमिक मानों के बीच का अंतर 0.1 प्रतिशत से कम हो तो आप दोलनों की उस संख्या को इष्टतम संख्या मान सकते हैं। हमारे विचार से यह संख्या 50 होगी।

यदि दो विद्यार्थी एक साथ मिलकर प्रयोग कर रहे हों, तो एक विद्यार्थी दोलन की गिनती कर सकता है और दूसरा विद्यार्थी समय माप सकता है। दोलनों की गिनती करने वाले विद्यार्थी को कहना चाहिए दो एक, आरम्भ, एक दो, तीन.......... आदि।

"आरम्भ" शब्द पर समय मापने वाले विद्यार्थी को चेतावनी मिल जाती है कि वह स्टॉप वाच शुरू कर दे। गिनती समाप्त करते समय भी इसी प्रकार का संकेत दिया जाना चाहिए।

निवेश-उद्दीपन (input stimulus) और अनुक्रिया (response) के बीच के समय को अभिक्रिया काल कहते हैं।

एक साधारण स्टॉप वाच का अल्पतमांक 0.1 सेकंड होता है। इसलिए जब कभी आपको और छोटा समय अंतराल मापना हो, तो अंकीय कालद (digital timer) जैसी अति परिशुद्ध युक्ति का प्रयोग करें।

प्रेक्षण सारणी 1.1 : दोलनों की इष्टतम संख्या

स्टॉप वाच का अल्पतमांक = ...s

क्र०सं०	दोलनों की संख्या (N)	< N दोलनों का समय (s) >				T(s)
		(i)	(ii)	(iii)	माध्य	
1.	1					
2.	10					
3.	20					
4.	30					
5.	50					
6.	70					
7.	100					

निष्कर्ष : दोलनों की इष्टतम संख्या = ...

अब आप दोलनों की इष्टतम संख्या तय कर चुके हैं। अब वर्नीयर कैलिपर्स से गोलक का व्यास मालूम करें। अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 1.2 क में लिख लीजिए। गोलक की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। निलंबन बिन्दु से गोलक तक धागे की लंबाई और गोलक की त्रिज्या का योग लोलक की लंबाई कहलाता है।

अब N पूर्ण दोलनों में लगे समय को नोट कर लीजिए। इस प्रेक्षण को कम से कम तीन बार दोहराइए। निलंबन बिंदु से गोलक तक धागे की लंबाई मीटर पैमाने से मापिए और इन प्रेक्षणों को सारणी 1.2 ख में लिख लीजिए।

लोलक की लंबाई में लगभग 25 सेंटीमीटर का परिवर्तन करें। प्रदोल के आयाम को अचर रखते हुए प्रयोग को दोहरायें। अर्थात् इस प्रेक्षण के दौरान आपको अधिकतम विस्थापन पर निर्देश-चिन्ह की स्थिति सदैव वही रखनी चाहिए। लोलक की लंबाई और N पूर्ण दोलनों में लगे समय को लिख लीजिए। लोलक की लंबाई में वृद्धि करने पर आवर्तकाल में क्या अंतर आता है?

लोलक की कम से कम पांच लंबाइयों के लिए इस प्रक्रिया को दोहरायें। इससे आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?

प्रेक्षण सारणी 1.2

स्टॉप वाच का अल्पतमांक = ... s
मीटर पैमाने का अल्पतमांक = ... cm
वर्नियर कैलिपर्स का अल्पतमांक = ... cm.
पूर्ण दोलनों की इष्टतम संख्या (N) = ...

(क) गोलक का व्यास

क्र.सं.	व्यास (cm)	त्रिज्या (cm)
1.		
2.		
3.		

माध्य त्रिज्या = ... cm

(ख) सरल लोलक के आवर्तकाल पर लंबाई का प्रभाव

क्र०सं०	लोलक की लंबाई (l) (cm)	N पूर्ण दोलनों में लगा समय (s)				आवर्तकाल (s)
		(i)	(ii)	(iii)	माध्य	
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						

निष्कर्ष : लंबाई में वृद्धि होने पर लोलक के आवर्तकाल में .... होती है।

लोलक के आवर्तकाल और लोलक की लंबाई के मध्य यथार्थ संबंध ज्ञात करने के लिए पहले हम यह देखते हैं कि लोलक की लंबाई में वृद्धि होने पर आवर्तकाल T में वृद्धि होती है अथवा कमी आती है। (आवर्तकाल में वृद्धि से यह पता चलता है कि T और l अनुक्रमानुपाती हैं।) T के मान में हुए परिवर्तन से पता चलता है कि लोलक की लंबाई के साथ इसका सीधा संबंध है। अर्थात् $T \propto l$. अपने प्रेक्षणों से आप इस आनुपातिकता को प्राप्त नहीं कर सकते। अतः l पर T की निर्भरता ज्ञात करने के लिए हम मान लेते है कि

सरल रेखा का समीकरण $y = mx + c$. होता है।

$$T = A\, l^n \tag{1.1}$$

यहां A आनुपातिकता नियतांक है और n कोई अचर है।

दोनों ओर लघुगणक लेने पर हमें निम्नलिखित समीकरण प्राप्त होता है :

$$\ln T = n \ln l + \ln A$$

यह एक सरल रेखा का समीकरण है।

अब आप $\ln T$ और $\ln l$ के बीच आरेख खीचें। प्राप्त सरल रेखा की प्रवणता (slope) से आपको n का

मान प्राप्त हो जाएगा। हमारे अनुसार n का मान 1/2 होना चाहिए। अपने प्राप्त मान और दिये गए मान की तुलना कीजिए और यदि इनमें अंतर हो तो कारणों का विवेचन कीजिए।

इस तरह हम लिख सकते हैं कि

$$T = A\, l^{1/2} \tag{1.2}$$

आप यह संबंध एक और तरह से भी प्राप्त कर सकते हैं। यदि आप $T^{1/2}$ और l, T और l, T^2 और l आदि में ग्राफ तब तक खींचते चले जायें जब तक आपको आरेख में एक सरल रेखा नहीं मिल जाती। सैद्धांतिक रूप से T^2 और l के बीच की इस सरल रेखा की प्रवणता $4\pi^2/g$ होनी चाहिए। इस प्रकार आरेख की प्रवणता ज्ञात करके आप गुरुत्व-त्वरण (acceleration due to gravity) आसानी से ज्ञात कर सकते हैं। आपने g का जो मान निकाला है उसकी तुलना g के मानक मान से कीजिए तथा अपने परिणाम में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए।

बोध प्रश्न 1

(i) आप प्रेक्षणों में गोलक की साम्यावस्था स्थिति पर निर्देश-चिन्ह के सापेक्ष समय को मापते हैं। यह क्यों आवश्यक है ?

....

....

....

(ii) लोलक की लंबाई प्राप्त करने के लिए धागे की लंबाई में गोलक की त्रिज्या को जोड़ना आवश्यक क्यों है ?

....

....

(iii) क्या हम गोलक की त्रिज्या मीटर पैमाने या माइक्रोमीटर स्क्रू से माप सकते हैं ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

....

....

....

(iv) अपने आरेख से 100 cm और 125 cm लंबाइयों के लिए आवर्तकाल ज्ञात करें तथा उनका अनुपात निकालें।

....

....

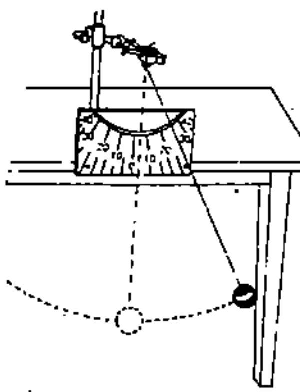
(v) $\ln T$ तथा $\ln l$ के आरेख में प्राप्त y-अक्ष के अंतःखंड (intercept) और गुरुत्व-त्वरण में संबंध स्थापित करें।

....

....

1.2.2 आवर्तकाल की प्रदोल के आयाम पर निर्भरता

लोलक के आवर्तकाल पर आयाम के प्रभाव के बारे में जानकारी पाने के लिए हम धागे की लंबाई और गोलक के द्रव्यमान में कोई परिवर्तन नहीं करेंगे। इसके लिए आप लगभग 1.5 मीटर लंबा धागा लें और शुरू में 2^0–10^0 के परिसर में कोणीय आयाम रखें। ऐसा करने पर आप यह मान सकते हैं कि लोलक सरल आवर्त गति करेगा। कोणीय आयाम मापने के लिए एक प्रोट्रेक्टर लगा लें जैसा कि चित्र 1.3 में दिखाया गया है। N पूर्ण दोलनों में लगे समय को माप कर प्रेक्षण सारणी 1.3 में लिख लीजिए।



चित्र 1.3 : आवर्तकाल की आयाम पर निर्भरता

आवर्तकाल ज्ञात कर अपने परिणामों की तुलना कीजिए। क्या ये आवर्तकाल अलग-अलग हैं ? यदि हां तो उनमें अंतर ज्ञात करें। अब आप 30°, 40°, 50° और 60° के बड़े कोणीय आयाम लीजिए और प्रत्येक स्थिति में लोलक का आवर्तकाल ज्ञात करें। क्या यह आवर्तकाल लघु दोलन वाले आवर्तकाल से भिन्न है ? यदि भिन्न है तो उनमें कितना अंतर है ? प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात करके बताइए। इस स्थिति में लोलक की गति के बारे में आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं ?

प्रेक्षण सारणी 1.3 : आवर्तकाल की आयाम पर निर्भरता

पूर्ण दोलनों की संख्या (N) =

लोलक की लंबाई = ... m

क्र.सं.	कोणीय आयांम (अंश)	N दोलनों में लगा समय (s)				आवर्तकाल (s)
		(i)	(ii)	(iii)	माध्य	
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

निष्कर्ष : 1. जब कोणीय आयाम 2°-10° के अन्तराल में है तो सरल लोलक का आवर्तकाल ....

2. वृहत कोणीय आयाम में सरल लोलक की गति .... होती है

1.2.3 आवर्तकाल पर गोलक के द्रव्यमान का प्रभाव

यह जानने के लिए कि लोलक का आवर्तकाल गोलक के द्रव्यमान पर निर्भर करता है कि नहीं, हम अलग-अलग धातुओं के एक जैसे गोलकों के आवर्तकाल ज्ञात करेंगे। ऐसा करने से गोलक के साथ खिंचने वाली हवा तथा लोलक की लंबाई हमेशा समान रहती है। क्या इस अन्वेषण के लिए आप किसी और व्यवस्था का सुझाव दे सकते हैं ? क्या इसके लिए हम प्लास्टिक की टेनिस बॉल का प्रयोग कर सकते हैं ? (द्रव्यमान बदलने के लिए आप सुराख के जरिए अलग अलग मात्रा में रेत भर सकते हैं।) इस प्रक्रिया में जो प्रेक्षण आपने किया है उन पर टिप्पणी कीजिए। यहां यह ध्यान रखना आवश्यक है कि इस प्रक्रिया में आप लोलक की लंबाई और प्रदोल के आयाम को न बदलें। 30 पूर्ण दोलनों में लगे समय को मापें। यही प्रक्रिया इसी आकार-प्रकार के अलग-अलग धातुओं के बने गोलकों के साथ दोहराएं। प्रेक्षण सारणी 1.4 में अपने पाठ्यांक लिख लीजिए और आवर्तकाल ज्ञात कीजिए। क्या आवर्तकाल गोलक के द्रव्यमान से प्रभावित होता है? यदि हां, तो कितना ? इसे ज्ञात करने के लिए न्यूनतम एवं अधिकतम द्रव्यमानों के लिए प्राप्त आवर्तकालों का अंतर ज्ञात करें। सिद्धांत रूप में आवर्तकाल गोलक के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता। अपने परामर्शदाता के साथ विचार करें और सम्भावित कारणों का पता लगाएं

1.2.4 अवमंदन और विश्रांतिकाल

इस प्रयोग के पिछले चरणों में आपने देखा होगा कि समय के साथ लोलक के दोलनों का आयाम स्थिर नहीं रहता। समय के साथ आयाम धीरे-धीरे कम होता जाता है। इसका मुख्य कारण है वायु-प्रतिरोध से लोलक की ऊर्जा में कमी होना। इस गति को अवमंदित (damped) गति कहा जाता है। दैनिक जीवन में प्रत्येक

प्रेक्षण सारणी 1.4 : आवर्तकाल पर द्रव्यमान का प्रभाव

लोलक की लंबाई = ...m

पूर्ण दोलनों की संख्या (N) = ...

क्र.सं.	गोलक का द्रव्यमान (g)	N दोलनों में लगा समय (s)				आवर्तकाल (s)
		(i)	(ii)	(iii)	माध्य	
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						

निष्कर्ष : लोलक का आवर्तकाल द्रव्यमान पर निर्भर करता है/नहीं करता है।

दोलित्र अवमंदन से प्रभावित होता है। हम अवमंदन का ज्ञान विश्रांतिकाल से कर सकते हैं। अतः सरल लोलक द्वारा अन्वेषण के इस चरण में आपको विश्रांतिकाल ज्ञात करना है।

एक सरल लोलक में अवमंदन लाने की एक व्यवस्थित विधि यह हो सकती है कि आप एक पंखे को चलाए रखें और लोलक को दोलित होने दें। यहां हम यह मानेंगे कि घर्षण-बल F_d बहुत कम है और यह वेग के रैखिकतः समानुपाती है। अर्थात्

$$F_d = \gamma v.$$

यदि $x(t)$ किसी क्षण पर विस्थापन है तो अवमंदित दोलक की गति निम्नलिखित समीकरण द्वारा निर्धारित होगी (देखिए पी.एच.ई.-02 के खंड 1 की इकाई 3 का समीकरण 3.3) :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \tag{1.3}$$

यहां $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ अवमंदन की अनुपस्थिति में दोलनों की कोणीय आवृत्ति (angular frequency) है और $b = \gamma/2m$ द्रव्यमान m वाले गोलक में अवमंदन का सूचक है। इसके व्युत्क्रम

$b^{-1} = \dfrac{2m}{\gamma} = \tau$ को विश्रांतिकाल (relaxation time) कहा जाता है।

न्यून अवमंदन के लिए समीकरण (1.3) का हल निम्न रूप में लिखा जा सकता है :

$$x(t) = a_0 \exp(-t/\tau)\cos(\omega_d t + \phi) \tag{1.4}$$

यहां $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ अवमंदित दोलनों की कोणीय आवृत्ति है और ϕ प्रारंभिक कला (initial phase) है। $a_0 \exp(-t/\tau)$ अवमंदन की उपस्थिति में दोलनों का आयाम है। (a_0 अवमंदन के न होने पर दोलन का आयाम है।) आप इस हल को पी.एच.ई.-02 पाठ्यक्रम के खंड 1 की इकाई 3 में देख सकते हैं। ध्यान रहे कि समीकरण (1.4) एक ऐसी आवर्त गति को निरूपित करता है जो सरल आवर्त गति नहीं है। n दोलनों के बाद लोलक का आयाम निम्न रूप में लिखा जा सकता है :

$$a_n = a_0 \exp(-n\,T_d/\tau)$$

यहां T_d अवमंदित दोलनों का आवर्तकाल है। दोनों ओर लघु गणक लेने पर हमें निम्नलिखित समीकरण प्राप्त होता है :

$$\ln a_n = \ln a_0 - \left(\frac{T_d}{\tau}\right)n \tag{1.5}$$

इस समीकरण से हमें पता चलता है कि $\ln a_n$ और n का आरेख सरल रेखीय होगा। y-अक्ष पर इसके अंतःखंड से $\ln a_0$ प्राप्त होता है। इस सरल रेखा की प्रवणता T_d/τ है। अतः यदि हम सरल लोलक का अवमंदित आवर्तकाल ज्ञात कर लें तो विश्रांति काल तुरन्त ज्ञात किया जा सकता है।

a_n मापने के लिए आप मेज पर एक मीटर पैमाना लगा लें। गोलक को साम्यवस्था स्थिति से एक ओर खींचकर छोड़ दें। अब आप 10, 20, 30, ... दोलनों के लिए आयाम ज्ञात करें और अपने पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 1.5 में लिख लें। ध्यान रहे कि हर बार प्रदोल का आरम्भिक आयाम एक ही रहना चाहिए।

प्रेक्षण सारणी 1.5 : अवमंदित लोलक का विश्रांतिकाल

लोलक की लंबाई = ... m

लोलक का आवर्तकाल = ... s

गोलक का द्रव्यमान = ...g

क्र.सं.	n	a_n (cm)	$\ln a_n$
1.	10		
2.	20		
3.	30		
4.	40		
5.	50		
10			

निष्कर्ष : वायु में दोलन कर रहे लोलक का विश्रांतिकाल .... है ।

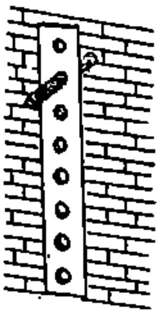
बोध प्रश्न 2

ऐसे भौतिक तंत्र का नाम बताइए जहां रैखक अवमदन माडल लागू होता हो ।

....

1.3 दंड लोलक द्वारा अन्वेषण

हम जानते हैं कि गोलक के साथ जो हवा खिंचती है, वह सरल लोलक की गति को प्रभावित करती है । इसी प्रकार इसके धागे के पूर्णतः अवतान्य (inextensible) न होने के कारण असमतलीय दोलन हो सकते हैं । इन त्रुटियों के कारण आवर्तकाल का स्थिर मान प्राप्त नहीं होता । क्या आप किसी ऐसी व्यवस्था का सुझाव दे सकते हैं जिसमें इन त्रुटियों को दूर किया जा सके ? इसकी एक व्यवस्था है पिंड लोलक (compound pendulum) । पिंड लोलक एक दृढ़ पिंड होता है जो एक क्षैतिज अक्ष के प्रति मुक्त रूप से दोलन कर सकता है । भौतिकी प्रयोगशाला में यह लगभग एक मीटर लंबे और 2 सेंटीमीटर चौड़े दंड के रूप में होता है । इस दंड के गुरुत्व केंद्र (centre of gravity) के दोनों ओर लंबाई के अनुदिश समान दूरी पर लगभग 5–6 मिलीमीटर व्यास के सुराख बने होते हैं जैसा कि चित्र 1.4 में दिखाया गया है । (आप एक मीटर पैमाने में बराबर-बराबर दूरी पर सुराख करके एक दंड लोलक (bar pendulum) बना सकते हैं ।) किन्हीं दो संलग्न सुराखों के केन्द्रों की दूरी लगभग 2 सें.मी. होती है । इन सुराखों की सहायता से दंड लोलक को एक क्षुर धार से लटकाया जाता है । दंड लोलक के साथ दो क्षुर धार लगे होते हैं जिन्हें क्रमानुसार सुराखों में डाला जाता है । इन्हें गुरुत्व-केन्द्र के दोनों ओर बराबर दूरी पर लगाया जाता है ।



चित्र 1.4

जब दंड-लोलक एक क्षैतिज अक्ष के प्रति दोलन करता है तब इस की गति सरल आवर्त गति होती है और इसका आवर्तकाल

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k_r^2 + l^2}{lg}} \tag{1.6}$$

होता है। यहां l निलंबन-विंदु और गुरुत्व केन्द्र के बीच की दूरी है और k_r घूर्णन अक्ष के समानान्तर गुरुत्व केन्द्र से जाने वाले अक्ष के प्रति पिंड की परिभ्रमण-त्रिज्या (radius of gyration) है। परिभ्रमण त्रिज्या घूर्णन अक्ष से उस विंदु की दूरी होती है जिस पर पूरे पिंड का भार निहित माना जा सके तथा उस घूर्णन अक्ष के प्रति जड़त्व आघूर्ण (moment of inertia) के मान में कोई अन्तर न हो।

समीकरण (1.6) पी.एच.ई.-02 पाठ्यक्रम के खंड 1 की इकाई 1 के समीकरण (1.34) के सर्वसम है। इसमें

$$L = \sqrt{\frac{k_r^2}{l} + l}$$

को तुल्य सरल लोलक की लंबाई कहते हैं।

अतः हम समीकरण (1.6) को निम्न प्रकार से भी लिख सकते हैं :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \tag{1.7}$$

प्रयोग के इस भाग में आप देखेंगे कि गुरुत्व केंद्र और निलंबन विंदु के बीच की दूरी दंड लोलक के आवर्तकाल को किस प्रकार प्रभावित करती है। इसके लिए आपको निम्न उपकरणों की आवश्यकता होगी।

उपकरण :

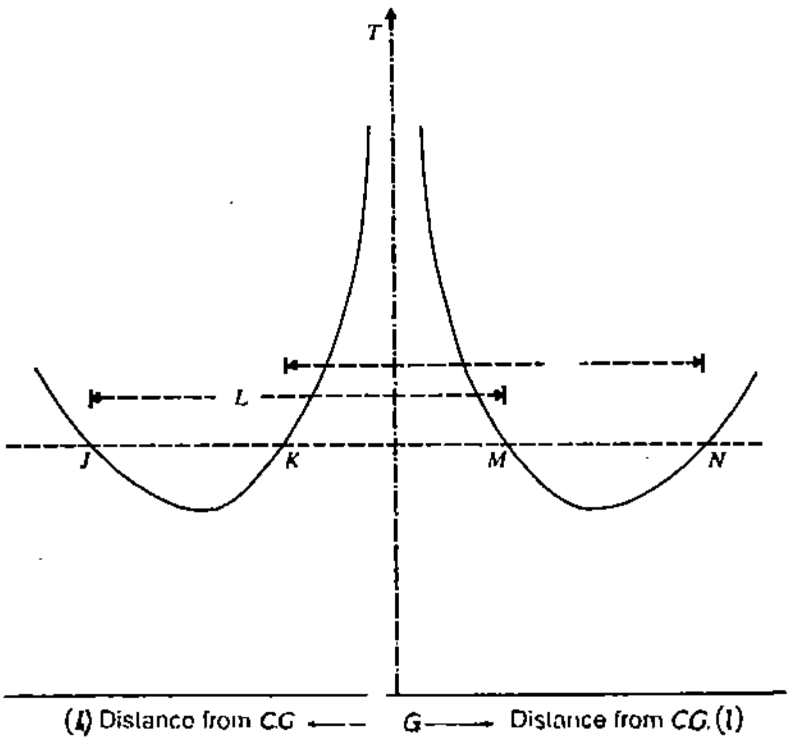
दंड लोलक, स्टॉप वाच, तथा मीटर पैमाना।

1.3.1 आवर्तकाल में लंबाई के साथ परिवर्तन

दंड लोलक के एक सिरे के पास वाले सुराख में एक क्षुर धार लगा दीजिए। दूसरे क्षुर धार को लोलक के दूसरे सिरे के पास वाले सुराख में लगा दीजिए। इस प्रकार दोनों क्षुर धार दंड लोलक के गुरुत्व केन्द्र से समान दूरी पर होंगे। एक क्षुर धार पर लोलक को रखकर इसे क्षैतिज दृढ़ आलंब से ऊर्ध्वाधर (vertically) लटका दीजिए। लोलक की साम्यावस्था स्थिति को निर्देशित करने लिए एक निर्देश-चिन्ह लगा दीजिए। दंड को एक ओर थोड़ा विस्थापित करके उसे दोलित होने दीजिए। जब आप यह सुनिश्चित कर लें कि दोलन मुक्त और ऊर्ध्वाधर तल में हो रहा है तो आप अपना अन्वेषण शुरू कर सकते हैं।

दंड लोलक के गुरुत्व केन्द्र और क्षुर धार वाले सुराख के केन्द्र के बीच की दूरी माप लीजिए। मान लीजिए यह दूरी l है। अब आप N (30) पूर्ण दोलनों में लगे समय को माप लीजिए। आप इन पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 1.6 में लिख लीजिए। अब लोलक को उल्टा कर दीजिए और पुनः $N(=30)$ पूर्ण दोलनों में लगे समय को मापें। अब आप संलग्न सुराखों में क्षुर धार लगा दीजिए जिससे कि वे पहले की तरह गुरुत्व केन्द्र के प्रति सममित (symmetrical) हों। ऐसा करने से लोलक की लंबाई बदल जाती है। अतः आप यह पाएंगे कि अब N पूर्ण दोलनों में लगा समय पहले मापे गए समय से भिन्न है। अलग अलग सुराखों में क्षुर धारों को लगा कर प्रेक्षण करते चलिए। लेकिन यह आवश्यक है कि हर बार क्षुर धार गुरुत्व केन्द्र के प्रति सममित रहें। इस प्रक्रिया को जारी रखते हुए जैसे-जैसे आप दंड लोलक के केन्द्र के निकट पहुंचते जाते हैं तो आवर्तकाल में क्या परिवर्तन होता है ? आप देखेंगे कि जब हम एक सिरे से केन्द्र के निकट आते हैं तो N दोलनों में लगा समय पहले कम होता है। एक विशेष दूरी पर यह समय निम्नतम हो जाता है, और उसके बाद बढ़ने लगता है। जब आप दंड के गुरुत्व केन्द्र के समीप आ जाते हैं तब N दोलनों में लगे समय में तेजी से वृद्धि होती है। यदि केन्द्र पर बने सुराख में क्षुर धार लगाया जाये तो क्या आप आवर्तकाल ज्ञात कर सकते हैं ? ऐसा करना संभव नहीं है क्योंकि आप देखेंगे कि इस स्थिति में दंड दोलन ही नहीं करता।

अब T और l का एक आरेख खींचिए। ऐसा करने पर आपको दंड के गुरुत्व केन्द्र के प्रति सममित दो वक्र प्राप्त होंगे (चित्र 1.5)। अब आप x–अक्ष के समानांतर एक रेखा खींचिए। यह रेखा इन वक्रों को कितने विंदुओं पर काटती है ? इन विंदुओं की संख्या चार होगी। मान लीजिए कि ये विंदु J, K, M और N हैं



चित्र 1.5 : आवर्तकाल और क्षुरधार की दूरी के मध्य आरेख

जैसा कि चित्र 1.5 में दिखाया गया है। इन बिंदुओं पर दंड लोलक का आवर्तकाल समान है। JM और KN की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए। इन लंबाइयों की आप क्या व्याख्या करते हैं ? इनमें से प्रत्येक लंबाई तुल्य सरल लोलक की लंबाई L को निरूपित करती है। समीकरण (1.7) का प्रयोग कर आप गुरुत्व-त्वरण ज्ञात कर सकते हैं।

प्रेक्षण सारणी 1.6 : दंड लोलक के आवर्तकाल की लंबाई पर निर्भरता

स्टॉप वाच का अल्पतमांक = ... s

पूर्ण दोलनों की संख्या (N) = ...

एक सिरे से सुराख की संख्या	गुरुत्व केन्द्र से निलंबन बिंदु की दूरी (cm)	N दोलनों में लगा समय (s)	आवर्तकाल (s)

निष्कर्ष : T और l का आरेख .... है।

1.3.2 परिभ्रमण त्रिज्या

अपने प्रेक्षणों से क्या आप परिभ्रमण-त्रिज्या ज्ञात कर सकते हैं ? इस प्रश्न का उत्तर प्राप्त करने के लिए हम समीकरण (1.6) को निम्न रूप में लिखते हैं :

$$l^2 = \frac{g}{4\pi^2} lT^2 - k_r^2 \qquad (1.8)$$

इस समीकरण से पता चलता है कि यदि l^2 और lT^2 को आरेखित किया जाए तो आपको एक सरल रेखा प्राप्त होगी। यदि इस रेखा को बढ़ाया जाए तो यह y-अक्ष से मिलेगी। y-अक्ष पर का अंतःखंड k_r^2 के बराबर होगा। आप सरल रेखा की प्रवणता की व्याख्या किस प्रकार करेंगे ? समीकरण (1.8) के अनुसार इसका मान $g/4\pi^2$ है। इसलिए इस आरेख से आप g का मान ज्ञात कर सकते हैं। इस मान की तुलना सरल लोलक से प्राप्त g के मान से कीजिए और बताइए कि इनमें से कौन सा मान अधिक परिशुद्ध है ?

परिणाम : (i) घूर्णन-अक्ष के समानान्तर गुरुत्व-केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के प्रति परिभ्रमण त्रिज्या का मान .... m है।

(ii) गुरुत्व-त्वरण का मान .... ms^{-2} है।

बोध प्रश्न 3

(i) क्षुर धारों को गुरुत्व-केन्द्र के प्रति सममित रखना आवश्यक क्यों होता है ?

....

....

(ii) आपका दंड लोलक क्षैतिज-अक्ष के प्रति दोलन् करता है या ऊर्ध्वाधर-अक्ष के प्रति ?

....

(iii) अपने प्रयोग में त्रुटि पैदा करने वाले कम से कम दो कारण बताइए ?

....

....

....

1.4 शब्दावली

अल्पमतांक	least count
अवमंदन	damping
अवितान्य	inextensible
आयाम	amplitude
आलंब	support
आवर्तकाल	time period
क्षुर धार	knife-edge
जड़त्व-आघूर्ण	moment of inertia
गुरुत्व-त्वरण	acceleration due to gravity
गोलक	bob
दंड लोलक	bar pendulum
दोलन	Oscillation
द्रव्यमान	mass
निलंबन	suspension
परिभ्रमण त्रिज्या	radius of gyration
पिंड लोलक	compound pendulum
प्राचल	parameters
धागा	string/thread
लोलक	pendulum
विश्रांतिकाल	relaxation time
सरल लोलक	simple pendulum
साम्यावस्था स्थिति	equilibrium position

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड.. छात्र का नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण संख्या ....

प्रयोग 2 कमानी-द्रव्यमान तंत्र एवं मरोड़ी लोलक के दोलन

रूपरेखा

2.1 प्रस्तावना

हम जानते हैं कि सर्पिल कमानियों (spiral springs) का अनेक जगह उपयोग होता है। आपने देखा होगा कि ट्रांजिस्टर सेट और पाकेट परिकलित्र (pocket calculator) में सर्पिल स्प्रिंग का उपयोग शुष्क सेलों को अपने स्थान पर बनाए रखने के लिये होता है। स्प्रिंग का उपयोग मोटर गाड़ियों और रेल के डिब्बों में शाक एब्जॉर्वर के रूप में भी होता है। आपने स्वयं कभी बुलवर्कर का इस्तेमाल किया होगा या फिर किसी बॉडी बिल्डर को इसका इस्तेमाल करते हुए देखा होगा ? क्या आप जानते हैं कि इसमें भी स्प्रिंग होता है ? धारामापी, वोल्टमापी और हाथ की घड़ी में लगे सूचक (pointer) के दोलन को स्प्रिंग ही नियंत्रित करता है। उपर्युक्त सभी उदाहरणों में प्रयुक्त स्प्रिंगों में आधारभूत अंतर उनके स्प्रिंग नियतांक के भिन्न-भि मान के कारण है। अतः किसी दिये हुए उपकरण अथवा किसी विशेष उद्देश्य के लिए हमें किस तरह की स्प्रिंग का उपयोग करना है इसके लिए हमें उसके स्प्रिंग नियतांक का मान ज्ञात होना चाहिये। भौतिकी प्रयोगशाला में हम स्प्रिंग नियतांक का मान दो विधियों से ज्ञात कर सकते हैं :

(i) किसी भार के लिए स्प्रिंग की लंबाई में हुई वृद्धि ज्ञात कर (स्थैतिक विधि), तथा

(ii) स्प्रिंग से लटके पिंड के आवर्तकाल को ज्ञात कर (गतिक विधि)।

हमें भौतिकी प्रयोगशाला में ऐसे अनेक उपकरण मिलते है जिनमें मरोड़ी दोलन (torsional oscillations) होते हैं। इनमें से कुछ अति प्रचलित उपकरण मरोड़ी लोलक (torsional pendulum),जड़त्व चक्रिका (inertia table) एवं चल कुंडली धारामापी (moving coil galvanometer) हैं। जड़त्व चक्रिका का इस्तेमाल जड़त्व आघूर्ण तथा चल कुंडली धारामापी का इस्तेमाल आवेश और धारा मापने में होता है। जब किसी मरोड़ी उपकरण में लगे तार को मरोड़ा (ऐंठा) जाता है तो प्रत्यास्थता के कारण तार में प्रत्यानयन बल-युग्म (restoring couple) उत्पन्न हो जाता है। यह बल-युग्म तार में हुई ऐंठन का विरोध करता है। किसी तार में इकाई ऐंठन पैदा करने के लिए आवश्यक बल-युग्म को विमोटी दृढ़ता (torsional rigidity) कहते है। किसी उपकरण में निलंबन तार (suspension wire) किस पदार्थ का हो यह जानने के लिए यह आवश्यक है कि उस तार की विमोटी दृढ़ता क्या है। इस प्रयोग द्वारा आप किसी तार की विमोटी दृढ़ता ज्ञात करने की विधि सीखेंगे।

उद्देश्य

कमानी-द्रव्यमान तंत्र और मरोड़ी लोलक से प्रयोग करने के बाद आप :

- माइक्रोमीटर द्वारा कम मोटाई को परिशुद्धता पूर्वक मापने का कौशल प्राप्त कर सकेंगे
- किसी भार के लिये स्प्रिंग की लंबाई में हुई वृद्धि ज्ञात कर स्प्रिंग नियतांक (k) ज्ञात कर सकेंगे (स्थैतिक विधि)

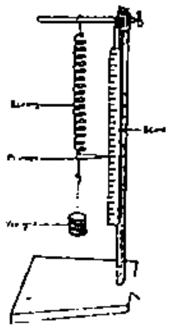
- स्प्रिंग पर लगे भिन्न-भिन्न मानों वाले भार के लिये दोलन का आवर्तकाल माप कर स्प्रिंग नियतांक ज्ञात कर सकेंगे (गतिक विधि)
- स्थैतिक और गतिक विधियों की परिशुद्धताओं की तुलना कर सकेंगे
- दिए हुए तार की विमोटी दृढ़ता k_t और दृढ़ता गुणांक (n) ज्ञात कर सकेंगे
- तार की धातु का अनुमान लगा सकेंगे।

2.2 कमानी-द्रव्यमान तंत्र द्वारा स्प्रिंग नियतांक

पिछले प्रयोग में आपने देखा कि सरल लोलक और दंड लोलक के आवर्तकाल (T) लोलक की लंबाई पर निर्भर करते हैं। अब आप यह जानना चाहेंगे कि क्या हम इसी प्रकार का अध्ययन कमानी-द्रव्यमान तंत्र के लिए भी कर सकते हैं। हां, ऐसा किया जा सकता है और इसके लिए आपको वही विधि अपनानी होगी जिसका विवरण पिछले प्रयोग में दिया गया है। किन्तु अब हमारा उद्देश्य किसी दिये हुये स्प्रिंग के लिये स्प्रिंग नियतांक ज्ञात करना है। यही नहीं, एक ही स्प्रिंग के लिये आप दो अलग-अलग विधियों द्वारा k का मान ज्ञात करेंगे। इसके लिए आपको जिन उपकरणों की आवश्यकता होगी उनकी सूची नीचे दी गई है :

उपकरण : एक सर्पिल स्प्रिंग, 100 ग्राम के गुणज में कुछ खांचेदार बाट (slotted weights), स्टॉप वाच, लेबोरेटरी स्टैण्ड और 50 से.मी. का एक स्केल।

सर्पिल स्प्रिंग और मीटर स्केल को लेबोरेटरी स्टैण्ड से लटका दीजिए जैसा कि चित्र 2.1 में दिखाया गया है। स्प्रिंग के नीचे वाले सिरे पर एक तेज नोक वाला सूचक (pointer) लगा दीजिए। (यदि सूचक उपलब्ध



चित्र 2.1 : कमानी-द्रव्यमान तंत्र

न हो तो आप एक दफ्ती को समबाहु अथवा समद्विबाहु त्रिभुज की तरह काट कर एक सूचक बना लीजिए तथा त्रिभुज के आधार को स्प्रिंग के निचले सिरे पर इस प्रकार लगायें कि इस त्रिभुजाकार सूचक का शीर्ष स्केल के साथ लगकर गतिमान हो सके।) ऐसा करने से लंबन त्रुटि (parallax error) कम हो जाती है। अब आप स्प्रिंग के हुक में एक हैंगर लटका दीजिए। इस हैंगर का भार दिये गये खाँचेदार बाटों के बराबर होता है। (यदि चाहें तो इसके स्थान पर आप स्प्रिंग के निचले सिरे पर एक पलड़ा बांधकर बाट रख सकते हैं।) सामान्यतः हैंगर में एक बाट रख देते हैं जिससे स्प्रिंग में निकुंच (kink) तथा अन्य असंगतियां कम हो जाती है। हैंगर को नीचे की ओर थोड़ा खींचकर स्प्रिंग को छोड़ दीजिए। ऐसा करने पर स्प्रिंग से लटका द्रव्यमान उर्ध्वाधर दिशा में दोलन करने लगेगा।

आप यह देख लीजिए कि सूचक बीच में कहीं अटक तो नहीं रहा है। जब आप यह सुनिश्चित कर लें कि दोलन मुक्त रूप से हो रहे हैं तो अपना प्रयोग शुरू कर सकते हैं। पर प्रयोग शुरू करने से पहले हम चाहते है कि आप कुछ समय यह देखने में लगायें कि जब द्रव्यमान को प्रत्यास्थता सीमा ((elastic limit) के अंतर्गत परिवर्तित करते है तो स्प्रिंग की लंबाई व आवर्तकाल में क्या परिवर्तन आता है। प्रत्यास्थता सीमा अलग-अलग कमानियों के लिए अलग-अलग होती है। अतः प्रयोग करने से पहले आप अपने परामर्शदाता से सलाह कर लें कि स्प्रिंग में अधिकतम कितना भार लटकाया जा सकता है।

2.2.1 स्थैतिक विधि

स्प्रिंग से लटके हैंगर में एक बाट रखिए। प्रत्यास्थता के कारण कमानी में एक प्रत्यानयन बल (restoring force) आ जाता है। इस बल की प्रवृत्ति लगाए गए बल का विरोध करने और तंत्र को पुनः अपनी मूल

प्रेक्षण सारणी 2.2 : कमानी-द्रव्यमान तंत्र का आवर्तकाल : गतिक विधि

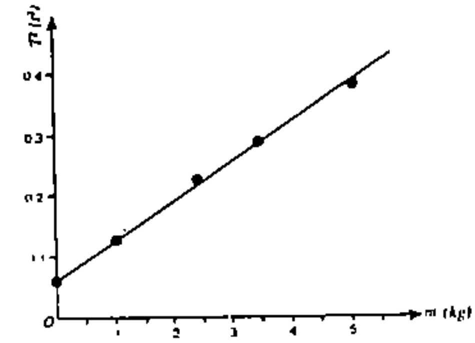
स्टॉप वाच का अल्पतमांक = ... s

पूर्ण दोलनों की संख्या (N) = ...

क्र. सं.					
1					
2					
3					
4					
5					
6					

प्रक्रिया को कम से कम पांच बार दोहराइए। हर भार के लिए 30 दोलनों के समय को प्रेक्षण सारणी में लिख लीजिए। सारणी को देख कर बताइए कि क्या आवर्तकाल में परिवर्तन आता है। पहले की तरह, चरणशः भार में कमी करते हुए प्रक्रिया को दोहरायें। प्रत्येक भार के लिए आवर्तकाल का माध्य मान ज्ञात कीजिए।

T^2 और m में आरेख खीचें। आप किस चर को x-अक्ष के अनुदिश आरेखित करेंगे ओर क्यों ? अब एक श्रेष्ठतम आसंजन रेखा खींचिए जैसा कि चित्र 2.3 में दिखाया गया है। क्या यह रेखा मूल बिंदु से होकर



चित्र 2.3 : T^2 और m के मध्य आरेखित आरेख

गुजरती है। सरल रेखा की प्रवणता मालूम कर आप k का मान आसानी से ज्ञात कर सकते हैं। अब आप इस बात की जांच कर सकते हैं कि यह मान और स्थैतिक विधि से प्राप्त मान समान हैं कि नहीं। दोनों मान समान होने चाहिए।

पहले की ही तरह आप यहां भी अधिकतम और न्यूनतम प्रवणताओं वाली रेखाएं खींच कर k के मान में त्रुटि परिकलित कीजिए।

परिणाम : दी हुई कमानी का स्प्रिंग नियतांक ....Nm^{-1}

बोध प्रश्न 2

i) T^2 और m के ग्राफ को तब तक पीछे की ओर बढ़ाइए जब तक कि वह m-अक्ष से नहीं मिल जाता। m-अक्ष पर प्राप्त अंतः खंड का विवेचन कीजिए।

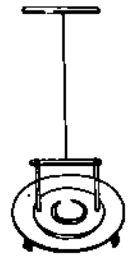
....

ii) ग्राफ द्वारा 3N भार के लिए आवर्तकाल का मान ज्ञात कीजिए।

....

2.3 मरोड़ी लोलक द्वारा विमोटी दृढ़ता

जैसा कि पहले बताया जा चुका है, विमोटी दृढ़ता ज्ञात करने के लिए आपको एक मरोड़ी लोलक का प्रयोग करना है जिसे चित्र 2.4 में दिखाया गया है। इसके लिए इस्तेमाल किए जाने वाले अन्य आवश्यक उपकरणों की सूची नीचे दी गई है :



चित्र 2.4 : एक मरोड़ी लोलक

उपकरण : मरोड़ी लोलक (जड़त्व चक्रिका,) स्टॉप वाच, दृढ़ वृत्तीय बेलन, वर्नियर कैलिपर्स, माइक्रोमीटर स्क्रू, भौतिक तुला।

मरोड़ी लोलक में एक लंबी और बारीक धातु की तार का एक सिरा क्षैतिज दंड पर बने चक्र में कसा होता है। यह चक्र एक दृढ़ आलंब के रूप में कार्य करता है। तार का दूसरा सिरा एक वृत्ताकार चक्रिका (disc) के केन्द्र पर बने चक्र में कसा होता है। सामान्यतः यह चक्रिका एल्यूमिनियम अथवा पीतल की होती है। इस चक्रिका के ऊपरी सतह पर विभिन्न त्रिज्याओं के संकेन्द्र वृत्त (concentric circles) बने होते हैं। इस चक्रिका की परिधि के पास एक खांचा (groove) भी बना है। इस खांचे में हम तीन बाट रखते हैं जिनकी सहायता से चक्रिका को क्षैतिज तल में रखा जाता है। उपकरण के आधार पर तीन समतलन पेंच (levelling screws) होते हैं।

यदि किसी तार (या बेलनाकार दंड) के एक सिरे को दृढ़तापूर्वक क्लैम्प कर दूसरे सिरे को मरोड़ा (या ऐंठा) जाये तो क्या होगा? ऐसा करने पर प्रत्यास्थता के कारण तार में एक प्रत्यानयन बल-युग्म उत्पन्न हो जाता है जिसका मान लगाये हुए बाहरी बल-युग्म के बराबर होता है। प्रति एकक व्यावर्तन (twist) के लिए प्रत्यानयन बल-युग्म का व्यंजक नीचे दिया गया है :

$$k_t = \frac{\pi n r^4}{2l} \tag{2.3}$$

इसमें n तार के पदार्थ का दृढ़ता गुणांक (modulus of rigidity), r उसकी त्रिज्या और l उसकी लंबाई है। (अनेक पाठ्य पुस्तकों में एकक रेडियन प्रत्यानयन बल युग्म को C से भी प्रदर्शित किया जाता है।) तार को ऊर्ध्वाधर स्थिति में रखते हुए यदि आप मरोड़ी लोलक की चक्रिका को क्षैतिज तल में घूर्णित कर छोड़ दें तो वह क्षैतिज तल में मरोड़ी दोलन करेगी। मरोड़ी दोलन सरल आवर्ती होते हैं। इनका आवर्तकाल निम्न व्यंजक द्वारा लिखा जाता है :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{I_0/k_t} \tag{2.4}$$

यहां I_0 घूर्णन अक्ष के सापेक्ष चक्रिका का जड़त्व आघूर्ण है। यदि ज्ञात जड़त्व आघूर्ण I वाले एक सहायक पिंड को चक्रिका पर इस तरह रखें कि इसका केन्द्र चक्रिका के केन्द्र के साथ संपाती हो जाए तो दोलन के आवर्तकाल में परिवर्तन आ जाता है। ऐसा क्यों होता है? यह घूर्णन अक्ष के सापेक्ष द्रव्यमान के पुनः वितरण के कारण होता है। यदि अब हम दोलनों के आवर्तकाल को T से प्रदर्शित करें तो हम लिख सकते हैं कि :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I}{k_t}} \tag{2.5}$$

अब समीकरण (2.5) के वर्ग में से समीकरण (2.4) का वर्ग घटाइए। ऐसा करने पर आपको मरोड़ी दृढ़ता का एक सरल व्यंजक प्राप्त होता है :

$$k_t = \frac{4\pi^2 I}{T^2 - T_0^2} \tag{2.6}$$

k_t के इस मान को समीकरण (2.3) के साथ संयोजित करने पर हमें तार के दृढ़ता गुणांक का व्यंजक प्राप्त हो जाता है :

$$n = \frac{8\pi I l}{(T^2 - T_0^2) r^4} \tag{2.7}$$

समीकरण (2.6) और समीकरण (2.7) से यह स्पष्ट है कि यदि हमें किसी तार की लंबाई एवं त्रिज्या, मरोडी दोलनों के आवर्तकाल तथा जड़त्व आघूर्ण I ज्ञात हो तो हम k_t और n का मान निकाल सकते हैं।

आइए अब T_0 तथा T का मान ज्ञात करने की विधि सीखें। इन आवर्तकालों का मान ज्ञात करने के लिए आप पहले समतलन पेंचों की सहायता से उपकरण के आधार को समतल कर लें। इसके पश्चात् चक्रिका के खांचे में रखे धातु के टुकड़ों को इधर उधर समंजित करके चक्रिका को क्षैतिज तल में लाइए। अब स्प्रिट लेवल का इस्तेमाल करके यह सुनिश्चित करें कि चक्रिका क्षैतिज स्थिति में है। आप यह भी देख लें कि तार में किसी प्रकार का मोड़ या ऐंठन तो नहीं है। अब आप चक्रिका के सामने एक ऊर्ध्वाधर संकेतक रखिए और चक्रिका की विरामावस्था स्थिति में एक निशान लगा दीजिए। यह निशान दोलनों की संख्या गिनते समय एक संदर्भ बिंदु का कार्य करेगा। अब चक्रिका को क्षैतिज तल में थोड़ा सा घुमाकर छोड़ दीजिए। ऐसा करने पर चक्रिका सरल आवर्त गति में दोलन करेगी। क्या इन दोलनों और सरल दोलक के दोलनों में कोई अंतर है? पहले की ही तरह चक्रिका को दोलित होने दीजिए। तत्पश्चात् ऊर्ध्वाधर संकेतक को संदर्भ बिंदु मान कर दोलनों की गिनती शुरू कीजिए और साथ ही स्टॉप वाच चला दीजिए। N (20 या 30) दोलनों में लगे समय को नोट कर लीजिए और अपने पाठ्यांक को प्रेक्षण सारणी 2.3 में लिख लीजिए। कम से कम पांच बार इस प्रक्रिया को दोहरायें। अब आवर्तकाल का माध्य मान ज्ञात कीजिए। इससे T_0 प्राप्त हो जाता है।

प्रेक्षण सारणी 2.3 : T_0 और T का मान

स्टॉप वाच का अल्पतमांक = ... s

प्रत्येक पाठ्यांक के लिये पूर्ण दोलनों की संख्या N = ...

क्र.सं.	N दोलनों में लगा समय (s)		आवर्तकाल (s)	
	बिना बेलन के	बेलन रखने पर	T_0	T
1				
2				
3				
4				
5				

अब आप चक्रिका के केन्द्र पर एक लंब वृत्तीय बेलन इस तरह रखिए कि इसका अक्ष तार के निलंबन अक्ष के संपाती हो। क्या आप बता सकते हैं कि बेलन को इस तरह रखना क्यों आवश्यक है? अब आप पुनः N दोलनों में लगे समय को कम से कम पांच बार माप कर दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए। इससे हमें T का मान प्राप्त हो जाता है।

समीकरण (2.6) को देखकर आप समझ गए होंगे कि k_t का मान ज्ञात करने के लिए हमें I का मान भी ज्ञात होना चाहिए। प्रारंभिक यांत्रिकी पाठ्यक्रम पी एच ई–01 के खंड 2 की इकाई 9 में आप पढ़ चुके हैं कि किसी द्रव्यमान M और त्रिज्या R वाले लंबवृत्तीय बेलन का उसके केन्द्र बिन्दु से गुजरने वाले अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण का व्यंजक निम्न रूप में लिखा जाता है :

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

इससे स्पष्ट है कि हमें एक लंब वृत्तीय बेलन का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करने के लिए M और R के मानों का ज्ञान होना जरूरी है। आप एक भौतिक तुला पर बेलन को तौलकर उसका द्रव्यमान ज्ञात कर सकते हैं।

अब वर्नियर कैलिपर्स से इसका व्यास माप लीजिए तथा अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 2.4 में लिख लीजिए। त्रिज्या का माध्यमान परिकलित कीजिए।

प्रेक्षण सारणी 2.4 : वेलन की त्रिज्या तथा द्रव्यमान

संवृत्तीय वेलन का द्रव्यमान = ...g

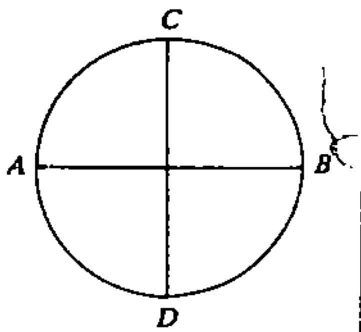
वर्नियर कैलिपर्स का अल्पतमांक = ...cm

क्र.सं	वेलन का व्यास (cm)	त्रिज्या (cm)

वेलन की माध्य मान त्रिज्या = ...cm

परिणाम : दिए हुए तार के पदार्थ की विमोटी दृढ़ता = ...Nm

समीकरण (2.3) से यह स्पष्ट है कि यदि आप मरोड़ी लोलक में लगे तार की लंबाई और उसकी त्रिज्या माप लें तो विमोटी दृढ़ता का ज्ञान होने पर हम दृढ़ता गुणांक सहज ही परिकलित कर सकते हैं। तार की त्रिज्या मापने के लिये माइक्रोमीटर स्क्रू का प्रयोग करें तथा तार के भिन्न-भिन्न स्थानों पर व्यास नापें। अपने पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 2.5 में लिखें। क्या आप जानते हैं कि तार के व्यास को भिन्न-भिन्न स्थानों पर क्यों नापा जाता है? ऐसा करने का मूल कारण है तार का सर्वत्र सम (uniform) न होना। ऐसी स्थिति में केवल एक स्थान पर व्यास का मान ज्ञात करने से माध्यमान व्यास में अशुद्धि होने की संभावना होगी। इस त्रुटि को दूर करने के लिए तार का व्यास उसके कई स्थानों पर मापा जाता है। अधिक परिशुद्धता के लिए तार का व्यास दो लंबवत् दिशाओं में लेना चाहिये। n के मान से आप तार के पदार्थ के बारे में भी अनुमान लगा सकते हैं।



प्रेक्षण सारणी 2.5 : तार का व्यास

माइक्रोमीटर स्क्रू का अल्पतमांक = ... cm

क्र.सं.	तार का व्यास (cm)			त्रिज्या (cm)
	AB	CD	माध्यमान	
1				
2				
3				
4				
5				

तार की लंबाई = ... cm   तार की त्रिज्या = ... cm

इकाई 2 में बताई गई प्रक्रिया के अनुसार k_t के मान के लघुगणक त्रुटि ज्ञात कीजिए। इस प्रयोग द्वारा प्राप्त विमोटी नियतांक और इसके मानक मान में क्या अंतर है? क्या यह अंतर त्रुटि सीमा से अधिक है? यदि हां, तो आप अपने परामर्शदाता के साथ इसके कारणों पर चर्चा कीजिए।

परिणाम : (i) तार का दृढ़ता गुणांक = ... Nm^{-2}

त्रुटि = ... Nm^{-2}

(ii) दिये गए तार का पदार्थ .... है।

यदि अभी आपके पास प्रयोगशाला में काम करने का समय बचा हो तो आप इस पदार्थ का एक अन्य तार लेकर विमोटी नियतांक और तार की त्रिज्या के बीच संबंध का पता लगा सकते है। इसी प्रकार आप इस बात का भी पता लगा सकते है कि तार के पदार्थ पर k_t किस प्रकार निर्भर करता है। इसके लिए आपको समान अनुप्रस्थ काट वाला किसी अन्य धातु का तार लेना होगा।

बोध प्रश्न 3

(i) कम से कम उन दो स्रोतों के नाम बताइए जिनकी वजह से इस प्रयोग में त्रुटि हो सकती है।

....

(ii) वृत्तीय बेलन के अक्ष का निलंबन तार के अक्ष के संपाती होना क्यों आवश्यक है ?

....

(iii) दिये गए उपकरण द्वारा क्या आप किसी अनियमित पिंड का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कर सकते हैं ? यदि हां तो कैसे ?

....

....

....

....

....

....

2.4 शब्दावली

अल्पतमांक	least count
गतिक विधि	dynamical method
घूर्णन अक्ष	axis of rotation
जड़त्व आघूर्ण	moment of inertia
दृढ़ता गुणांक	modulus of rigidity
प्रत्यानयन बल	restoring force
प्रत्यास्थता	elasticity
अप्रसंवादी	anharmonic
बल नियतांक	force constant
मरोड़	torsion
मरोड़ी दृढ़ता	torsional rigidity
मरोड़ी लोलक	torsional pendulum
व्यावर्तन	twist
संकेन्द्र वृत्त	concentric circles
समतलन पेंच	levelling screws
स्थैतिक विधि	static method
स्प्रिंग नियतांक	spring constant

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड................................... छात्र का नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण संख्या ....

प्रयोग 3 ऊर्जा एवं संवेग संरक्षण सिद्धांतों का अध्ययन

रूपरेखा

3.1 प्रस्तावना

अब तक आपने सरल आवर्त गति करने वाले निकायों से संबंधित प्रयोग किये हैं। ऐसे निकायों की एक प्रमुख विशेषता यह है कि यदि क्षयकारी बल को शून्य मान लिया जाये तो उनकी ऊर्जा अचर रहती है अर्थात् ऊर्जा का संरक्षण होता है। आओ सरल लोलक के दोलनों पर विचार करें। जब गोलक को साम्यावस्था स्थिति से विस्थापित किया जाता है तो उसकी स्थितिज ऊर्जा बढ़ जाती है। दोलन की चरम स्थिति में उसकी ऊर्जा केवल स्थितिज रूप में होती है। जब गोलक को छोड़ा जाता है उसकी स्थितिज ऊर्जा धीरे-धीरे गतिज ऊर्जा (*K. E.*) में परिवर्तित होने लगती है। साम्यावस्था स्थिति में इसकी संपूर्ण ऊर्जा गतिज होती है। जैसे ही यह गोलक माध्यमान स्थिति को पार करता है इसकी गतिज ऊर्जा स्थितिज रूप में परिवर्तित होने लगती है। परन्तु किसी भी क्षण यांत्रिक ऊर्जा, जो गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा का योगफल है, अचर रहती है। इसे हम यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत कहते हैं। यह सिद्धांत रासायनिक ऊर्जा, ताप ऊर्जा, विद्युत ऊर्जा और आणविक ऊर्जा के लिए भी मान्य है। इसका तात्पर्य यह है कि हम ऊर्जा संरक्षण का व्यापक सिद्धान्त परिभाषित कर सकते हैं।

ऊर्जा संरक्षण सिद्धान्त भौतिकी का मौलिक एवं परिष्कृत सिद्धांत है। इसे रेडियोऐक्टिव क्षय से लेकर सूर्य के चारों ओर परिक्रमा करने वाले ग्रहों तक सभी प्राकृतिक प्रक्रमों में सत्य पाया गया है। क्या आपको ऐसी किसी स्थिति की जानकारी है जिसमें इस सिद्धांत का उल्लंघन हुआ हो? अभी तक इस सिद्धांत का एक भी अपवाद नहीं मिला है यद्यपि इसे कई बार चुनौती दी गई है।

ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत उन समस्याओं का संतोषजनक हल नहीं देता जिनके लिए संबंधित पिंडों की अन्योन्यक्रिया (interaction) का पूर्व ज्ञान नहीं होता। ऐसी स्थितियों में हमें रैखिक संवेग जैसी सदिश राशि के लिए संरक्षण सिद्धांत की आवश्यकता होती है। नाभिकीय अभिक्रियाओं से लेकर राकेट नोदन (Rocket propulsion) तक इस सिद्धांत का अनुप्रयोग किया जाता है। वैसे तो भौतिकी में कई अन्य संरक्षण सिद्धांत हैं परन्तु इस प्रयोग में आप सरल विधियों द्वारा यांत्रिक ऊर्जा तथा रैखिक संवेग संरक्षण सिद्धांतों का ही सत्यापन करना सीखेंगे।

ये सिद्धांत नई परिघटनाओं (phenomena) की जानकारी के अलावा उन परिघटनाओं को भी समझने में हमारी मदद करते हैं जिनकी हमें पूर्ण जानकारी नहीं होती। अपने स्कूल के विज्ञान पाठ्यक्रम से आपको याद होगा कि संवेग तथा ऊर्जा संरक्षण सिद्धांतों की सहायता से पाउली ने किस प्रकार न्यूट्रिनो (neutrino) के अस्तित्व का सही अनुमान लगाया था। कई बार ये सिद्धांत हमें कुछ परिघटनाओं के घटित न होने के विषय में भी सूचना देते हैं।

उद्देश्य

इस प्रयोग को पूरा करने के पश्चात् आप :

- लम्बन (parallax) दूर करने में दक्षता प्राप्त कर सकेंगे
- साहुल सूत्र (plumb line) का प्रयोग कर सकेंगे
- सदिश को उसके अपने समानांतर स्थानांतरित कर सकेंगे
- यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत तथा रैखिक संवेग संरक्षण सिद्धांत का सत्यापन कर सकेंगे
- गतिज ऊर्जा संरक्षण के बारे में भी ज्ञान प्राप्त करेंगे ।

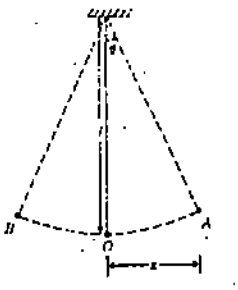
3.2 ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत का सत्यापन

ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत को निम्नलिखिति रूप में परिभाषित किया जा सकता है :

> ऊर्जा को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है । एक प्रकार की ऊर्जा को दूसरी प्रकार की ऊर्जा में रूपांतरित किया जा सकता है तथा किसी भी निकाय की ऊर्जा सदै अचर रहती है ।

इस सिद्धांत के सत्यापन के लिए हमें ऊर्जा का मापन अति परिशुद्धता से करना चाहिये । हम ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत को यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण के संदर्भ में सत्यापित करेंगे क्योंकि यांत्रिक ऊर्जा को सुविधापूर्वक मापा जा सकता है ।

आइए एक सरल लोलक के दोलनों पर विचार करें । चित्र 3.1 को देखकर हम कह सकते हैं कि जब गोलक दोलन की चरम स्थिति (बिंदु A) पर होगा तो इसकी समस्त ऊर्जा स्थितिज रूप में होगी (गतिज ऊर्जा शून्य) । परन्तु साम्यावस्था स्थिति (बिंदु O) पर यह ऊर्जा पूर्णतया गतिज ऊर्जा होगी । अतः यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत सत्यापित करने के लिए हमें सिद्ध करना होगा कि जब गोलक A और B बिंदुओं के बीच दोलन कर रहा है तो किसी भी क्षण स्थितिज ऊर्जा तथा गतिज ऊर्जा का योगफल अचर है । चूंकि स्थितिज ऊर्जा का मापन गतिज ऊर्जा की अपेक्षा अधिक सुविधाजनक तरीके से किया जा सकता है, हम बिंदु A पर लोलक की ऊर्जा ज्ञात करेंगे । स्थितिज ऊर्जा का अधिकतम मान (U_{max}) निम्नलिखित व्यंजक द्वारा निरूपित



चित्र 3.1 : सरल लोलक के दोलन

किया जाता है :

$$U_{max} = (1/2)\, mgl\, \theta^2 \qquad (3.1)$$

यहां m गोलक का द्रव्यमान, l लोलक की लंबाई, θ अधिकतम कोणीय विस्थापन तथा g गुरुत्वीय त्वरण है ।

जब लोलक सरल आवर्त गति कर रहा हो तो θ का मान दोलन के आयाम और लोलक की लंबाई l के अनुपात के बराबर होता है :

$$\theta = \frac{x}{l}$$

θ के इस मान को समीकरण (3.1) में प्रतिस्थापित करने पर अधिकतम स्थितिज ऊर्जा और दोलन के आयाम में हमें निम्न संबंध प्राप्त होता है :

$$U_{max} = \frac{mg}{2l} x^2 \qquad (3.2)$$

इस व्यंजक से हमें पता चलता है कि किसी गोलक की अधिकतम स्थितिज ऊर्जा उसके दोलन के आयाम के वर्ग की अनुक्रमानुपाती तथा लोलक की लंबाई की व्युत्क्रमानुपाती होती है । अतः यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत को सत्यापित करने के लिए हमें बिंदु A या बिंदु B पर यह सिद्ध करना है कि

$$\frac{x^2}{l} = K \qquad (3.3)$$

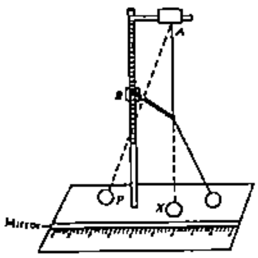
यहां K एक स्थिरांक है ।

अब आप सोच रहे होंगे की समीकरण (3.3) का क्या अर्थ है ? इस समीकरण से हमें पता चलता है कि यदि सरल लोलक की लंबाई निश्चित हो तो ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत तभी सत्यापित होगा जब साम्यावस्था स्थिति के दोनों ओर आयाम बराबर हों । इसकी जांच करने के लिए गोलक को एक ओर थोड़ा खींच कर छोड़ दें और फिर साम्यावस्था स्थिति के दोनों ओर आयाम x को मापें । जांच करने का एक अन्य सरल तरीका यह भी है कि आप गोलक की स्थिति A और B में उसके माध्यमान स्थिति के सापेक्ष ऊंचाई नाप लें । लेकिन समीकरण (3.3) को सत्यापित करने का बेहतर तरीका वह होगा जिसमें एक ही दोलन के चरम बिंदुओं पर l और x के मान भिन्न हों । एक सरल लोलक में x और l को साथ-साथ परिवर्तित नहीं किया जा सकता । अतः अपने इस उद्देश्य की प्राप्ति के लिए हमने एक विशेष लोलक डिजाइन (design) किया है जिसे हम **टू इन वन लोलक** कहते हैं । यह सरल लोलक का ही संशोधित रूप है । यह गैलिलियों द्वारा ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत को अध्ययन करने के लिए प्रयोग किए गए लोलक के समरूप है । (गैलिलियों का प्रयोग पिन और लोलक प्रयोग के नाम से जाना जाता है ।) अब हम टू इन वन लोलक का वर्णन करेंगे । लेकिन इससे पहले हम इस प्रयोग में इस्तेमाल होने वाले उपकरणों की सूची दे रहें हैं :

उपकरण :	टू इन वन लोलक, एक भारी गोलक, अवितान्य भारहीन धागा ।

3.2.1 उपकरण का वर्णन

टू इन वन लोलक में एक समतल आधार पर जड़ित विशेष रूप से डिजाइन किया गया स्टेंड है । इसके आधार पर स्केल सहित एक शीशे की पट्टी भी लगी हुई है जैसा कि चित्र 3.2 में दिखाया गया है शीशे की पट्टी हमें गोलक के विस्थापनों के पाठ्यांक लेते समय लंबन त्रुटि को कम करने में मदद करती है । एक गोलक को लगभग 1.5 m लम्बे अवितान्य भारहीन धागे से बांधकर स्थिर क्लेम्प A से लटकाया गया है । क्लेम्प B चलायमान हैं तथा इसको उर्ध्वाधर दिशा में एक अंशाकित खांचे (graduated groove) में खिसकाया जा सकता है । क्लेम्प B निर्बाध (smooth) होना चाहिए । इसका एक सिरा पिन की तरह नुकीला होता है ताकि जब भी गोलक साम्यावस्था स्थिति में पहुंचे वह दोलन को हल्का सा अवरोधित कर सके । यदि यह सिरा नुकीला नहीं होगा तो ऊर्जा का काफी ह्रास होगा तथा आप ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत सत्यापित नहीं कर सकेंगे ।



चित्र 3.2 : टू इन वन लोलक उपकरण

3.2.2 कार्य विधि

अपने उपकरण को चित्र 3.2 की भांति व्यवस्थित कीजिये । वर्नियर कैलिपर्स के अल्पतमांक को ज्ञात करके उसे प्रेक्षण सारणी 3.1 (क) में लिख लीजिए । अब वर्नियर कैलिपर्स की सहायता से गोलक का व्यास भिन्न-भिन्न जगहों पर मापें । कम से कम पांच पाठ्यांक लें और प्रेक्षण सारणी 3.1 (क) में लिख लें । प्रत्येक पाठ्यांक के लिए त्रिज्या परिकलित कर माध्यमान त्रिज्या निकालें ।

एक 1.5 m ($=l$) लम्बे अवितान्य भारहीन धागे के एक सिरे से गोलक को बाँध दें । लोलक के निलम्बन बिंदु और गोलक के गुरुत्व केन्द्र के बीच की दूरी लोलक की लंबाई $l_1 = l + r$ निर्धारित करती है । इसका अभिप्राय यह है की लोलक की लंबाई l_1 निलम्बन बिंदु से गोलक तक धागे की लंबाई l और गोलक की

प्रेक्षण सारणी 3.1

(क) गोलक का व्यास

वर्नियर कैलिपर्स का अल्पतमांक = ... cm

क्र.सं.	व्यास (cm)	त्रिज्या (cm)
1		
2		
3		
4		
5		

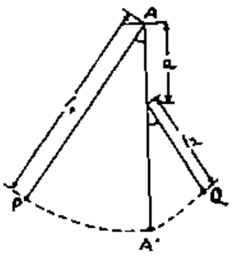
माध्य मान त्रिज्या (r) = ... cm

(ख) ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत का सत्यापन

मीटर स्केल का अल्पतमांक = ... cm

क्र.सं.	$l_1 = l + r$ (cm)	x_1 (cm)	$\frac{x_1^2}{l_1}$ (cm)	$l_2 = l_1 - a$ (cm)	x_2 (cm) (i)	(ii)	(iii)	माध्य	$\frac{x_2^2}{l_2}$ (cm)
1									
2									
3									
4									
5									

त्रिज्या r के योगफल के बराबर है । इसे प्रेक्षण सारणी 3.1 (ख) में अंकित कर लीजिए । अब लोलक को बाँई ओर खीचें (चित्र 3.3) । ऐसा करते समय आप इस बात का ध्यान रखिए कि कोणीय आयाम अधिक न हो । इसका अर्थ है कि x_1^2/l_1 निर्धारित हो गया है ।



चित्र 3.3 दूइन मन लोलक का रैखिक निरूपण

अब आप गोलक को छोड़ दीजिए। आप देखेंगे कि क्लेम्प दोलन को अवरोधित करता है और हमें एक दूसरा लोलक प्राप्त होता है। इस लोलक का निलम्बन बिंदु B है और इसकी लंबाई $BQ(<AX)$ है। यह चित्र 3.3 में स्पष्ट दिखाया गया है। साम्यावस्था स्थिति के दायी ओर के गोलक के दोलन के चरम बिंदु को आधार में लगे स्केल को देखकर पढ़ लीजिए। इससे आपको x_2 मिलेगा। अपना पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 3.1 (ख) में अंकित कर लीजिए। इस प्रक्रिया को कम से कम तीन बार दोहरायें। क्या आपको प्रत्येक बार x_2 का एक ही मान प्राप्त होता है ? x_2 का औसत मान निकाल कर x_2^2/l_2 का मान ज्ञात कीजिए। चित्र 3.3 से आप देख सकते हैं कि $l_2 = l_1 - a$ है, जिसमें a क्लेम्प A और B के बीच की दूरी है। क्या समीकरण (3.3) मान्य है ? यदि नहीं तो आप ऊर्जा क्षय के कारणों का पता लगाइये। इसके लिए आप अपने परामर्शदाता की सहायता भी ले सकते हैं।

अब B को खांचे में नीचे की ओर खिसका कर l_2 को परिवर्तित कीजिए। l_1 के एक मान के लिए आप l_2 के कम से कम तीन मान लीजिए। आपको यह ध्यान रखना चाहिए की l_2 का मान कभी भी 0.5 मीटर से कम न हो। ऐसा होने पर $\sin\theta \simeq \theta$ की अभिधारण लागू नहीं होती ।

अब आप l_1 का मान करीब 20 cm कम करें तथा ऊपर बताई गई प्रक्रिया को दोहराइए। अपने निष्कर्षों की समीक्षा कीजिए।

बोध प्रश्न 1

(i) दू इन वन लोलक में किन-किन जगहों पर ऊर्जा क्षति हो सकती है ?

....

....

....

(ii) क्या l_2 का मान बदलने से समीकरण (3.3) की सत्यता में कोई अन्तर आता है ? यदि ऐसा होता है तो l_2 के मानों के लिए अधिकतम विचलन परिकलित करें।

....

....

....

....

(iii) अपने प्रयोग में कम से कम दो त्रुटियों के मूल कारणों को लिखिए।

....

....

....

....

3.3 रैखिक संवेग संरक्षण सिद्धांत का सत्यापन

मान लो हम एक बंदूक से गोली चलाते हैं। ऊर्जा संरक्षण सिद्धान्त हमें बताता है कि दागी गई गोली और प्रतिक्षेपित (recoiling) बंदूक की गतिज ऊर्जा, उष्मा और ध्वनि ऊर्जाओं का योगफल अधिफोटित विस्फोटक (detonated explosive) की रासायनिक ऊर्जा के बराबर होगा। लेकिन इस सिद्धांत के आधार पर हम यह नहीं कह सकते कि कुल ऊर्जा का वितरण बंदूक की गोली और आसपास के वातावरण में किस प्रकार हुआ है। ऊर्जा एक अदिश राशि है। अतः इसका संरक्षण इस बात का तनिक भी संकेत नहीं देता कि बंदूक प्रतिक्षेपण (recoil) करेगी अथवा नहीं । वास्तव में ऊर्जा संरक्षण सिद्धांत गोली के प्रतिक्षेपित होने की संभावना को भी नहीं नकारता जबकि हम जानते हैं कि ऐसा कभी नहीं होता। ऐसी स्थितियों में सही जानकारी के लिए हमें रैखिक संवेग जैसी सदिश राशि के संरक्षण सिद्धांत की आवश्यकता होती है। इस सिद्धांत को निम्नलिखित रूप में परिभाषित किया जाता है :

> यदि दो या दो से अधिक कणों के निकाय पर कोई वाह्य बल न लगा हो तो परिणामी रैखिक संवेग का परिमाण एवं दिशा अचर रहते हैं।

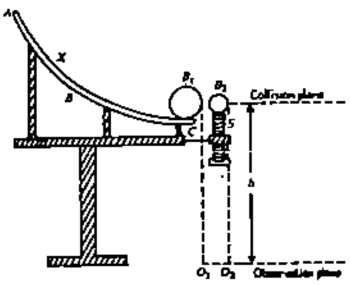
हम जानते हैं कि संवेग के संरक्षण का अर्थ है कि संवेग परिमाण तथा दिशा दोनों ही संरक्षित है। जब बंदूक से गोली दागी जाती है तो संवेग का एक विमिय संरक्षण (conservation in one dimension) होता है। क्या आपने **रैखिक संवेग संरक्षण** नामक विडियो देखा है जिसमें रैखिक वायु पथ (linear air track) का प्रयोग किया गया है ? अगर अभी तक आप नहीं देख सके हैं तो अब देख लीजिए। इसमें विपरीत दिशाओं में चलती हुई दो संघट्टनी पिंडों (चुंबकों) के लिए रैखिक संवेग संरक्षण सिद्धांत का सत्यापन दिखाया गया है। क्या आप एक ऐसा उदाहरण दे सकते हैं जिसमें संघट्टन के उपरांत दो पिंड अलग-अलग दिशाओं में चलते हैं ? कैरम खेलते हुए जब स्ट्राइकर एक गोटी से टकराता है तब संवेग का द्विविमीय संरक्षण (conservation in two dimensions) होता है। आपने दीवाली पर पटाखे तो अवश्य छोड़े होंगे। क्या आप जानते हैं कि इस प्रक्रिया में भी संवेग का संरक्षण होता है ? त्रिविम आकाश (3-D space) में यह सिद्धांत सभी तीनों घटकों के लिए लागू होगा। परन्तु त्रिविमा के अपितु द्विविमा में इस प्रयोग को करना सरल होगा। वास्तव में यह संवेग संरक्षण सिद्धांत की सदिश प्रकृति प्रमाणित करने के लिए पर्याप्त भी होगा। इस सिद्धांत को सत्यापित करने के लिए हमें संघट्टनी पिंडों के संघटन के पूर्व और बाद के संवेगों का ज्ञान होना चाहिए।

आप जानते हैं कि द्रव्यमान और वेग के गुणनफल को संवेग कहते हैं। किसी पिंड का द्रव्यमान तो भौतिक तुला द्वारा परिशुद्धता से ज्ञात किया जा सकता है। लेकिन संघट्टनी पिंडों के वेग को मापने के लिए हमने एक द्विविमीय संघट्टन उपकरण डिजाइन किया है। इसका वर्णन करने से पहले हम उपकरणों की सूची दे रहे हैं।

उपकरण : द्विविम संघट्टन उपकरण (two dimensional collision apparatus), स्टील बॉल, कागज़, कार्बन पेपर, ड्राइंग बोर्ड, बोर्ड में लगाने वाली पिनें, साहुल सूत्र (plumb line) स्केल तथा भौतिक तुला।

3.3.1 द्विविमीय (2–D) संघटन उपकरण का वर्णन

इस उपकरण में एक वक्र चैनल ABC स्टैंडों की सहायता से टिका हुआ होता है जैसा कि चित्र 3.4 में दिखाया गया है। चैनल का दायां छोर क्षैतिज होता है। जब एक स्टील बॉल (B_1) को चैनल पर किसी बिंदु से छोड़ा जाता है तो इस छोर पर उसके वेग का ऊर्ध्वाधर घटक का मान शून्य होता है। S एक समायोज्य आधार (adjustable support) है जिस पर एक अन्य स्टील बॉल (B_2) रखी जा सकती है। इस आधार को क्षैतिज तल में खिसकाया जा सकता है जिससे हम दोनों स्टील की बॉलों की दूरी को कम या अधिक कर सकते हैं। इस आधार को हम इस प्रकार भी समायोजित कर सकते हैं कि B_1 और B_2 के केन्द्र बिंदु एक क्षैतिज रेखा में आ जायें। इस क्षैतिज तल को हम संघट्टन तल (collision plane) कहते हैं।



चित्र 3.4 : द्विविमीय संघटन उपकरण

इस प्रयोग में हम सभी प्रेक्षण फर्श पर ही लेंगे। फर्श पर कागज़ बिछा कर उस पर कार्बन पेपर रख दें। ध्यान रखें कि कार्बन वाला हिस्सा नीचे की ओर हो। आप जानना चाहेंगे कि कार्बन पेपर क्यों लगाया गया है ? ऐसा करने से हम कागज पर गिरने वाली स्टील बॉल की स्थिति अंकित कर सकते हैं। यहां ध्यान रखने की यह महत्वपूर्ण बात है कि फर्श चिकना हो। यदि फर्श चिकना न हो तो आप कागज तथा कार्बन पेपर को ड्राइंग बोर्ड पर ड्राइंग पिनों की सहायता से लगाइए।

3.3.2 कार्य विधि

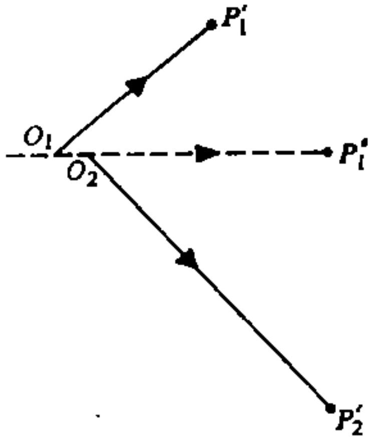
एक समान त्रिज्या वाली दो स्टील बॉल लीजिए और उनका भार ज्ञात करने के लिए उन्हें सावधानीपूर्वक तुला में तौलिए। इनके द्रव्यमानों को प्रेक्षण सारणी 3.2 में अंकित कर लीजिए। अब चित्र 3.4 की भांति अपने संघट्टनी उपकरण को व्यवस्थित कर लीजिए। साहुल सूत्र द्वारा बिंदु C का ऊर्ध्वाधर प्रेक्षण बिंदु O_1 फर्श पर चिन्हित कर लें। बॉल B_1 को चैनल के चिन्हित बिंदु X से छोड़ दीजिए। मान लो यह बॉल पेपर पर बिंदु P_1^0 पर गिरती है। प्रेक्षपगति (projectile motion) के अपने ज्ञान से हम कह सकते हैं कि $\mathbf{O_1P_1^0}$ बॉल B_1 के वेग का मात्रक है। इस प्रेक्षण को 10 से 15 बार दोहराइए और प्राप्त बिंदुओं को गौर से देखें। सबसे अधिक बार प्राप्त बिंदु को अंकित कर लें।

अब बॉल B_2 को आधार S पर रखिए। इसकी स्थिति को ऐसे समायोजित कीजिए कि B_1 और B_2 के केन्द्र बिंदुओं को जोड़ने वाली रेखा B_1 की प्रारंभिक गति रेखा से छोटा सा कोण बनाती हो। ऐसा करने से यह सुनिश्चित हो जाता है कि संघट्टन द्विविमीय है। प्रत्यक्ष संघट्टन (head-ón collision) एक विमिय होता है। ऐसे संघट्टन के लिए सिरे C और लक्ष्य बॉल B_2 के बीच में लगभग 2.5 त्रिज्या के बराबर दूरी होनी चाहिए। बॉल B_1 और B_2 के ऊर्ध्वाधर प्रक्षेपों O_1 तथा O_2 को चिन्हित कीजिए। बॉल B_1 को पुनः बिंदु X से छोड़िए। संघट्टन के बाद मान लो कि बॉल B_1 और B_2 फर्श पर P_1' और P_2' बिंदुओं पर गिरती हैं। यहां यह सुनिश्चित कर लें कि संघट्टन के पश्चात् B_1 का प्रक्षेप पथ निर्बाध रहे। अर्थात् आधार S जिस पर बॉल B_2 को रखा गया है बॉल B_1 की गति में किसी प्रकार की बाधा न डाले। अब कार्बन पेपर को हटा लीजिए और $\mathbf{O_1 P_1^0}$, $\mathbf{O_1 P_1'}$ तथा $\mathbf{O_2 P_2'}$ सदिशों को अंकित कीजिए जैसा कि चित्र 3.5 में दिखाया गया है। अतः $\mathbf{O_1 P_1'}$ तथा $\mathbf{O_2 P_2'}$ संघटन के पश्चात् बॉल B_1 और बॉल B_2 के वेगों के मात्रक हैं जबकि $\mathbf{O_1 P_1^0}$ संघटन के पूर्व बॉल B_1 के वेग का मात्रक है। हम जानते हैं कि बॉल B_1 और B_2 के द्रव्यमान समान हैं। अतः चित्र 3.6 क में दिखाए गए सदिश (जो कि बॉल के वेग के मात्रक है) इन बॉलों के संवेग के मात्रक भी होंगे।

समान द्रव्यमान के कणों के संघट्टनों की न्यूक्लीय रियक्टर की डिज़ाइन में महत्वपूर्ण भूमिका होती है। न्यूट्रोन हाईड्रोजन के अणुओं के संघट्टित होते हैं तो उनकी ऊर्जा कम होती है। इसीलिए पानी विमंदक के रूप में इस्तेमाल होता है।

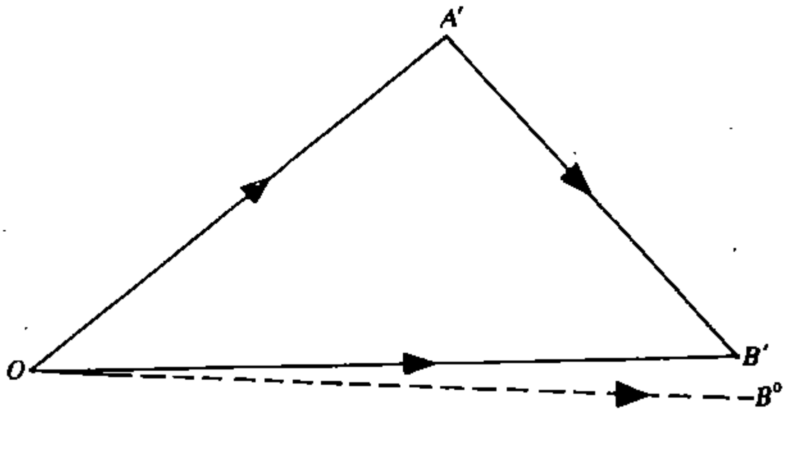
प्रक्षेप गति में क्षैतिज वेग घटक अचर रहता है तथा निकाय का त्वरण गुरूत्व-त्वरण के समान होता है। प्रक्षेपित वस्तु द्वारा तय की गई क्षैतिज गति के अनुक्रमानुपाती होती है।

जब विपरीत दिशाओं में आते हुए दो निकाय संघट्टित होते हैं तो संघट्टन प्रत्यक्ष संघट्टन कहलाता है। प्रत्यक्ष संघट्टन के लिए चैनल के किनारे और लक्ष्य बॉल के केन्द्र की दूरी आपतित बॉल की तीन त्रिज्या के समान होनी चाहिए।



चित्र 3.5

संघट्टन के पश्चात् कुल संवेग ज्ञात करने के लिए अब आपको सदिश $\mathbf{O_1 P_1'}$ और $\mathbf{O_2 P_2'}$ का योग ज्ञात करना होगा। हम जानते हैं कि जब एक सदिश को स्वयं के समानांतर स्थानांतरित किया जाता है तो वह अचर रहता है। इसलिए आप एक संदर्भ बिंदु चुन लीजिए। मान लो यह बिंदु O है। अब नीचे दी गई



चित्र 3.6

कार्य विधि के अनुसार संवेगों के लिए सदिश आरेख बनाइये : सदिश $\mathbf{O_1P_1'}$ के समानांतर सदिश $\mathbf{OA'}$ खींचिए। इसी प्रकार सदिश $\mathbf{O_2P_2'}$ के समानांतर सदिश $\mathbf{A'B'}$ खीचें जैसा कि चित्र 3.6 में दिखाया गया है। आप यह भी सुनिश्चित कर लें कि सदिश $\mathbf{A'B'}$ की पुच्छ सदिश $\mathbf{OA'}$ के शीर्ष पर पड़े। इसके बाद

सदिश O_1P^0 के समानांतर सदिश $OB°$ खींचें। सदिशों के त्रिभुज नियम के अनुसार सदिश OB' सदिशों OA' और $A'B'$ के योग का द्योतक है। रैखिक संवेग संरक्षण के सिद्धांत के अनुसार सदिश OB' तथा सदिश $OB°$ संपाती (coincide) होने चाहियें। आप सदिश OB' तथा सदिश $OB°$ के परिमाण तथा दिशाओं के बीच संबंधों पर टिप्पणी कीजिए। क्या ये सदिश संपाती हैं ? यदि ये सदिश संपाती नहीं हैं तो त्रुटि का आकलन कीजिए।

बॉल B_1 को चैनल के भिन्न-भिन्न बिन्दुओं से छोड़ कर उपर्युक्त प्रक्रिया को दोहराइए। कम से कम तीन बार प्रेक्षण लीजिए तथा अपने निष्कर्षों को प्रेक्षण सारणी 3.2 में अंकित कीजिए।

प्रेक्षण सारणी 3.2 : रैखिक संवेग संरक्षण

बॉल B_1 का द्रव्यमान = ... g

बॉल B_2 का द्रव्यमान = ... g

क्र.सं.	चैनल पर X की स्थिति	संघट्टन के पूर्व B_1 का संवेग $OB°$ (cm)	संघट्टन के पश्चात्			$OB°$ तथा OB' में अन्तर (cm)	टिप्पणी
			B_1 का संवेग OA (cm)	B_2 का संवेग $A'B'$ (cm)	कुल संवेग OB' (cm)		

अब इस प्रक्रिया को भिन्न-भिन्न द्रव्यमानों की बॉल लेकर दोहराइएं। लेकिन इनके आकार बराबर रहने चाहियें। इनमें से हल्की बॉल को लक्ष्य बाल के रूप में प्रयोग करें। अपनी प्रेक्षण सारणी स्वयं बनायें। क्या अब भी संवेग संरक्षित होता है ?

बोध प्रश्न 2

(i) क्या बॉल B_1 तथा B_2 बराबर ऊंचाई से गिरते हैं ?

....

(ii) क्या हम संवेग संरक्षण सिद्धांत को सत्यापित करने के लिए हल्की बॉल B_1 आपतित बॉल B_1 को B_2 से हल्की ले सकते हैं ? यदि नहीं तो क्यों?

....

....

(iii) क्या हम $\mathbf{O\,P_1'}$ तथा $\mathbf{O_2P_2'}$ का परिणामी सदिश ज्ञात करने के लिए समांतर चतुर्भुज नियम का उपयोग कर सकते हैं ? यदि हां, तो कैसे ?

....

....

....

(iv) जमीन पर स्थिर पड़ा हुआ एक पटाखा विस्फोटित होने पर दो बराबर टुकड़ों में बंट जाता है। ये टुकड़े कैसे गतिमान होंगे ?

....

....

(v) क्या चैनल में विद्यमान घर्षण संवेग के संरक्षण में कोई भूमिका निभाता है ? यदि हां, तो कैसे ?

....

....

....

(iv) इस प्रयोग की मुख्य त्रुटियों की सूची बनाइये।

....

....

....

....

सदिश $\mathbf{OB}°$ तथा सदिश $\mathbf{OB}'$ के परिमाणों के वर्ग परिकलित कर उनकी तुलना करें। क्या इससे आप कह सकते हैं कि किसी अन्य भौतिक राशि का भी संरक्षण हो रहा है ? इसी तरह का अवकलन असमान द्रव्यमान वाली बॉलों के लिए भी करें। क्या अब भी वेगों के वर्ग संरक्षित होते हैं ? वेगों के इन वर्गों को बॉलों के द्रव्यमान से गुणा कर प्राप्त राशि की तुलना करें। आपके विचार में संवेग के अलावा किसी अन्य भौतिक राशि का संरक्षण हो रहा है? क्या यह गतिज ऊर्जा हो सकती है ? इससे आप पता लगा सकते हैं कि संघट्टन प्रत्यास्थ (elastic) है या अप्रत्यास्थ (inelastic)।

निष्कर्ष: संघट्टन प्रत्यास्थ/अप्रत्यास्थ है।

3.4 शब्दावली

अन्योन्यक्रिया	interaction
अंशांकित	graduated
अनुक्रमानुपाती	directly proportional
गतिज ऊर्जा	kinetic energy
निकाय	system
निर्बाध	smooth
निलम्बन बिंदु	point of suspension
प्रतिक्षेपित	recoiling

प्रक्षेप गति	projectile motion
प्रत्यक्ष संघट्टन	head-on collision
प्रत्यास्थ/अप्रत्यास्थ	elastic/inelastic
परिघटना	phenomenon
रेडियोएक्टिव क्षय	radioactive decay
राकेट नोदन	rocket propulsion
रैखिक वायुपथ	linear air track
लम्बन	parallax
व्युत्क्रमानुपाती	inversely proportional
विमा	dimension
संघट्टन	collison
स्थितिज ऊर्जा	potential energy
साम्यावस्था स्थिति	equilibrium position
संवेग	momentum
समायोज्य	adjustable
सदिश	vector
साहुल सूत्र	plumb line
सरल आवर्त गति	simple harmonic motion

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड.. छात्र का नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण संख्या ....

प्रयोग 4 युग्मित दोलनों का अध्ययन

रूपरेखा

4.1 प्रस्तावना

प्रयोग 1 तथा 2 में आपने साधारण तथा दंड लोलक, कमानी-द्रव्यमान तंत्र तथा मरोड़ी लोलक जैसे वियुक्त दोलायमान निकायों के दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात किया। प्रकृति में युग्मित दोलनों के बहुत से उदाहरण पाये जाते हैं। किसी ठोस वस्तु के परमाणु अंतरापरमाणुक बलों द्वारा युग्मित होते हैं। उदाहरण के लिए पानी के अणु में हाइड्रोजन के दो परमाणु ऑक्सीजन के एक परमाणु से युग्मित होते हैं जबकि ऑक्सीजन के अणु में ऑक्सीजन के दो परमाणु युग्मित होते हैं। यद्यपि हम यहां परमाणुओं में युग्मन का परिकलन नहीं कर सकते फिर भी यह जानना बहुत आवश्यक है कि युग्मन हर अणु अथवा ठोस पदार्थ में विशिष्ट परमाणुओं को प्रभावित करता है। एक संतत माध्यम में युग्मन के फलस्वरूप ही तरंग गति परिघटित होती है। अगले प्रयोग में आप किसी तरंग की आवृत्ति तथा तरंगदैर्घ्य में संबंध स्थापित करेंगे।

जब दो (समरूप अथवा भिन्न) परमाणु आपस में युग्मित होते हैं तो युग्मित निकाय के दोलन विशिष्ट परमाणुओं के दोलनों से भिन्न होते हैं। इसलिए युग्मित निकायों के दोलनों का अध्ययन आवश्यक है। किसी युग्मित निकाय के विशिष्ट दोलित्र समरूप हो सकते हैं अथवा नहीं भी। परन्तु इस प्रयोग में हम ऐसे दो समरूप यांत्रिक दोलित्रों का अध्ययन करेंगे जो धातु की पत्तियों (hacksaw blades) के रूप में हैं तथा जिन्हें रबड़ के छल्ले, कमानी या छड़ चुम्बकों द्वारा युग्मित किया जा सकता है।

आपने "सरल आवर्त गति" नामक वीडियो टेप देख लिया होगा जिसे PHE-02 "दोलन एवं तरंगें" पाठ्यक्रम के लिए तैयार किया गया है। यदि आपने इसे नहीं देखा है तो अवश्य देख लें। आप देखेंगे कि किसी युग्मित निकाय के दोलन सरल आवर्त नहीं होते। परन्तु दो विधायें ऐसी होती है जिनमें यह निकाय सरल आवर्त गति करता है तथा प्रत्येक विधा की आवृत्ति निश्चित होती है। इन्हें **प्रसामान्य विधाएं (Normal modes)** कहते हैं। इस प्रयोग में आप प्रसामान्य विधाओं के आवर्तकाल मापना सीखेंगे। इसके अतिरिक्त आप यह भी देखेंगे कि विशिष्ट दोलित्रों में ऊर्जा का आदान-प्रदान होता है। ऊर्जा के आदान-प्रदान की दर क्या है ? इस प्रयोग में आप इस प्रश्न का उत्तर भी खोजेंगे। वास्तव में यह प्रयोग करने पर आपको यह अनुभव होगा कि हम एक साधारण उपकरण द्वारा युग्मित निकायों के बारे में बहुत कुछ समझ सकते हैं।

उद्देश्य

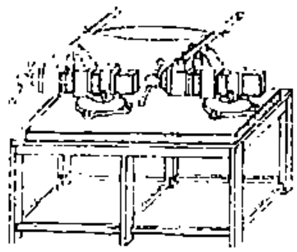
इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप :

- विशिष्ट दोलित्रों में युग्मन के प्रभाव का निरूपण कर सकेंगे
- प्रसामान्य विधाओं के आवर्तकाल माप सकेंगे
- कोणीय आवृत्ति तथा दोलित्र के सिरे से रबर बैंड के बीच की दूरी के मध्य ग्राफ खींच सकेंगे
- एक दोलित्र से दूसरे दोलित्र में ऊर्जा स्थानांतरण की आवृत्ति परिकलित कर सकेंगे।

4.2 प्रसामान्य विधाओं के आवर्त्तकाल का मापन

हम जानते हैं कि हर वियुक्त निकाय अपनी प्राकृतिक आवृत्ति से कंपन करता है। यदि ऐसे दो वियुक्त निकायों का युग्मन कर दिया जाय तो क्या होगा ? युग्मन के कारण इनके दोलनों के आयाम तथा आवृत्ति प्रभावित होते हैं। हम यह अपेक्षा करते हैं कि दोलन सरल आवर्त नहीं रहेंगे। क्या इसका अभिप्राय यह है कि हम किसी युग्मित निकाय के आवर्तकाल की परिभाषा नहीं दे सकते ? इस प्रश्न का तथा अन्य संबद्ध प्रश्नों का उत्तर जानने के लिए हम दो समरूप युग्मित दोलित्रों पर विचार करेंगे। इसके लिए हमें जिन उपकरणों की आवश्यकता है उनकी सूची नीचे दी गई है।

उपकरण : दो समरूप हैक्सॉ ब्लेड (1/2" या 1" चौड़ाई तथा 12" लंबाई) दो वाइस, रबड़ के छल्ले, मुलायम कमानियां, छड़ चुम्बक का जोड़ा तथा एक स्टॉप वाच (stop watch)।



चित्र 4.1 : युग्मन दोलक तंत्र

अपने उपकरण को चित्र 4.1 की तरह संजोइए। इस प्रयोग की सफलता के लिए आपको यह ध्यान रखना चाहिए कि दोनों दोलित्र (इस प्रयोग में हैक्सा ब्लेड A तथा B) समान तल पर हैं तथा तथा वे समरूप दोलित्रों की तरह कार्य करें। अर्थात् इन दोनों दोलित्रों का आवर्तकाल समान होना चाहिए। ऐसा करने के लिए आपको एक परिशुद्ध विराम घड़ी का उपयोग करना चाहिए। विराम घड़ी का अल्पतमांक ज्ञात कीजिए तथा उसे प्रेक्षण सारणी 4.1 में लिख लीजिए। इसके पश्चात् एक दोलित्र को उसकी विरामावस्था स्थिति से विस्थापित कर छोड़ दीजिए। ऐसा करने पर यह दोलन करने लगेगा। दोलन स्वतंत्र होने चाहियें। पहले आप केवल 10 दोलनों का समय ज्ञात करें तथा अपने पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 4.1 में लिख लें। इसके पश्चात् मापे गए समय को दोलनों की संख्या से विभाजित करके आवर्तकाल ज्ञात कीजिए।

प्रेक्षण सारणी 4.1 : वियुक्त दोलित्रों का आवर्तकाल

विराम घड़ी का अल्पतमांक = ... s

क्र. स.	दोलनों की संख्या (N)	N दोलनों में लगा समय (s)		आवर्तकाल (s)	
		प्रथम दोलित्र	द्वितीय दोलित्र	प्रथम दोलित्र	द्वितीय दोलित्र
1.	10				
2.	20				
3.	30				
4.	40				
5.	50				

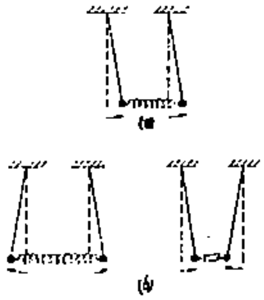
यह विधि दूसरे दोलित्र के लिए भी दोहराइए। अब उनके आवर्तकालों की तुलना कीजिए। क्या ये समान हैं ? हम यह आशा करते हैं कि ये समान होंगे। यदि ऐसा न हो तो जिस दोलित्र का आवर्तकाल अधिक है उस पर थोड़ा सा मोम लगा लें या जिस दोलित्र का आवर्तकाल कम है उसे रेती से घिस दें। एक समान आवर्तकाल प्राप्त करने के लिए आपको प्रायोगिक कुशलता की आवश्यकता होगी और काफी प्रयास करना होगा। आप इस प्रक्रिया को तब तक दोहराते रहें जब तक कि दोनों दोलित्रों के आवर्तकाल में अंतर 0.1% से कम नहीं रह जाता। इसके पश्चात् आप 20 दोलनों के लिए समय ज्ञात करें तथा प्रक्रिया को दोहराएं।

परिशुद्ध परिणाम के लिए आप 30, 40, 50 या इससे भी अधिक दोलन ले सकते हैं। मान लीजिए यह आवर्तकाल T_0 है।

अब इन दोलित्रों को उनके स्थाई सिरों के नजदीक रबर बैंड या कमानी लगाकर युग्मित कीजिए जैसा कि चित्र 4.1 में दिखाया गया है। इस प्रकार आपको एक यांत्रिकत युग्मित निकाय प्राप्त हो जायेगा। (रबर बैंड के स्थान पर आप छड़ चुम्बकों का भी प्रयोग कर सकते हैं।) क्या इन दोनों प्रकार के युग्मनों में कोई अंतर है ? हम यह अपेक्षा करते हैं कि इन दोनों स्थितियों में युग्मित निकाय का व्यवहार समान होगा। इसलिए आप यह प्रयोग इनमें से किसी भी विन्यास द्वारा कर सकते हैं।

आप PHE-02 पाठ्यक्रम के ब्लॉक 1 की इकाई 5 में पढ़ चुके हैं कि एक युग्मित लोलक की गति सरल आवर्त नहीं होती। लेकिन हम इसके अनुदैर्घ्य या अनुप्रस्थ दोलनों का विश्लेषण प्रसामान्य विधाओं के प्रसंग में करते हैं (चित्र 4.2)। आप प्रत्येक स्थिति में दो प्रसामान्य विधाएं उर्जित कर सकते हैं।

अब आप दोनों दोलित्रों को एक ही दिशा में एक समान विस्थापित करके समकला प्रसामान्य विधा ऊर्जित कीजिए। आपको यह सुनिश्चित करना होगा कि दोनों दोलित्र सदैव समकलित रहते हैं। इसके लिए आपको कुछ अभ्यास करना पड़ेगा। जब आपको पूर्ण रूप से विश्वास हो जाये तब आप 30 दोलनों का समय ज्ञात करें तथा पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 4.2 में लिख लें। अब आप आवर्तकाल परिकलित करें। मान लीजिए यह T_1 है। यह आवश्यक है कि दोलनों का आयाम कम रहे।



चित्र 4.2 : (a) समकला एवं (b) बाह्य कला प्रसामान्य विधाएं

अब युग्मित निकाय में बाह्य कला प्रसामान्य विधा ऊर्जित कीजिए। यह आप दो प्रकार से कर सकते हैं जैसा कि चित्र 4.2(ख) में दिखाया गया है। दोनों दोलित्रों को पास-पास लाकर छोड़ें। इस स्थिति के लिए आप उपर्युक्त प्रक्रिया को दोहरा कर आवर्तकाल ज्ञात कीजिए। मान लीजिए यह T_2 है।

क्या T_0, T_1 तथा T_2 एक समान हैं ? हमारा अनुमान है कि वे भिन्न होंगे। आप इससे क्या निष्कर्ष निकालते हैं ? इसका अभिप्राय यह है कि युग्मन विशिष्ट दोलित्रों को प्रभावित कर रहा है।

अब आप रबर बैंड या छड़ चुंबकों को स्थाई सिरे से 1 सें.मी. दूर कर दें। इससे युग्मन में परिवर्तन होगा। आप युग्मन को विभिन्न प्रकार के रबर बैंड या स्प्रिंग स्थिरांक की कमानियों द्वारा भी परिवर्तित कर सकते है। उपर्युक्त विधि को दोहराइए और अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 4.2 में लिखें।

प्रेक्षण सारणी 4.2 : प्रसामान्य विधाओं के आवर्तकाल पर युग्मन का प्रभाव

विराम घड़ी का अल्पतमांक = ... s

दोलनों की संख्या (N) = ...

क्र.सं.	स्थाई सिरे से रबर बैंड की दूरी (cm)	N दोलनों के लिए समय (s)		T_1 (s)	T_2 (s)
		समकला प्रसामान्य विधा	बाह्यकला प्रसामान्य विधा		
1					
2					
3					
4					
5					
6					

क्या रबर बैंड की स्थिति बदलने से आवर्तकाल पर प्रभाव पड़ता है ? रबर बैंड की स्थिति पुनः बदल कर इस प्रक्रिया को दोहराइए और अपने पाठ्यांको को प्रेक्षण सारणी 4.2 में लिखें।

सूत्र $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ की सहायता से कोणीय आवृत्ति की गणना कीजिए। (दो प्रसामान्य विधाओं की आवृत्तियों के अंतर को **आवृत्ति विपाटन** (frequency splitting) कहते हैं। इसे हम $\Delta\nu$ द्वारा निरुपित करते हैं तथा इसे $\dfrac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi}$ व्यंजक द्वारा परिकलित करते हैं) । क्या ये आवृत्तियां रबर बैंड की स्थिति बदलने से परिवर्तित होती हैं ? यदि हाँ तो इनके मानों के परिवर्तन से यह पता चलता है कि युग्मन निकाय की गति को प्रभावित करता है। इसे स्पष्ट करने के लिए आप कोणीय आवृत्ति तथा रबर बैंड की स्थाई सिरे से दूरी के बीच ग्राफ खींच सकते हैं। क्या इनमें रैखीय संबंध है ? दोनों राशियों के बीच क्रियात्मक निर्भरता खोजिए। अपने परिणामों की विवेचना अपने परामर्शदाता के साथ कीजिए।

निष्कर्ष : कोणीय आवृत्ति तथा रबर बैंड के स्थाई सिरे से दूरी के बीच ....संबंध है।

बोध प्रश्न 1

क्या इस निकाय में कोई अवमंदन है ? आप इसकी गणना किस प्रकार करेंगे ?

....

....

....

बोध प्रश्न 2

आप अपने आरेख पर कोई दो बिंदु लेकर आवृत्ति विपाटन तथा युग्मन स्थिरांक का संबंध ज्ञात कीजिए।

....

....

....

....

4.3 एक दोलित्र से दूसरे दोलित्र में ऊर्जा स्थानांतरण की आवृत्ति

अब तक आपने देखा है कि किसी युग्मित निकाय की प्रसामान्य विधाओं की कोणीय आवृत्तियां युग्मन के कारण बदल जाती हैं। युग्मन की दूसरी अभिव्यक्ति ऊर्जा स्थानांतरण के रूप में होती है। प्रयोग के इस भाग में आप अध्ययन करेंगे कि एक दोलित्र से दूसरे दोलित्र में ऊर्जा स्थानांतरण की आवृत्ति क्या होती है ? ऐसा करने के लिए पहले रबर बैंड को स्थाई सिरे के समीप रखिए ताकि युग्मन न्यूनतम हो। इसके पश्चात् एक दोलित्र को अचर रखकर दूसरे दोलित्र को विस्थापित कीजिए। दूसरे दोलित्र में क्या परिवर्तन होता है ? आप देखेंगे कि दूसरा दोलित्र भी दोलन करने लगता है तथा इसका आयाम धीरे-धीरे बढ़ने लगता है। पहले दोलित्र के आयाम में क्या परिवर्तन होता है ? आप देखेंगे कि इसका आयाम धीरे-धीरे कम होने लगेगा। कुछ समय बाद पहला दोलित्र क्षण भर के लिए रुकेगा और फिर इसका आयाम बढ़ने लगेगा। क्या आप इस आवृत्ति परिवर्तन का कारण जानते हैं ? यह युग्मन के कारण ही हुआ है। इससे यह भी स्पष्ट होता है कि ऊर्जा दोनों दोलित्रों के बीच स्थानांतरित हो रही है।

ऊर्जा स्थानांतरण की आवृत्ति मापने के लिए पहले दोलित्र को पुनः उसकी माध्य स्थिति से विस्थापित कीजिए। ऊर्जा स्थानांतरण के एक आवर्तन के पूरा होने में लगे समय को मापिए। यदि दोलन बहुत तेजी से हो रहे हों तो 5 से 10 ऊर्जा स्थानांतरण आवर्तनों में लगने वाले समय को ज्ञात कीजिए। अपनी प्रेक्षण सारणी स्वयं बनाइए और उसमें पाठ्यांकों को लिखिए। हैक्सॉ ब्लेड पर रबर बैंड की विभिन्न स्थितियों के लिए (विभिन्न युग्मनों के लिए) इस विधि को दोहराइए।

क्या आपको सभी स्थितियों के लिए समान आवर्तकाल प्राप्त होता है ? हम अपेक्षा करते हैं कि ये भिन्न-भिन्न होंगे। आवर्तकाल का व्युत्क्रम परिकलित कर आप ऊर्जा स्थानांतरण आवृत्ति ज्ञात कर सकते हैं।

प्रेक्षण सारणी 4.3 : ऊर्जा स्थानांतरण की आवृत्ति

निष्कर्ष : ऊर्जा स्थानांतरण की आवृत्ति .... पर निर्भर करती है।

बोध प्रश्न 3

ऊर्जा स्थानांतरण की आवृत्ति पर वायु अवमंदन का क्या प्रभाव पड़ता है ?

....

....

....

....

4.4 शब्दावली

अनुदैर्घ्य	longitudinal
अनुप्रस्थ	transverse
आवर्तकाल	time period
आवर्तन	cycle
आवृत्ति विपाटन	frequency splitting
ऊर्जित	excite
अंतरापरमाणुक	interatomic
कोणीय आवृत्ति	angular frequency
छड़ चुम्बक	bar magnets
तरंग गति	wave motion
तरंगदैर्घ्य	wavelength
प्रसामान्य विधा	normal mode
बाह्यकला प्रसामान्य विधा	out of phase normal mode
यांत्रिकत युग्मित निकाय	mechanically coupled system
युग्मन	coupling
युग्मित	coupled
विधा	mode
समकला प्रसामान्य विधा	in-phase normal mode
सतत	continuous

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड.. छात्र का नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण संख्या ....

प्रयोग 5 अप्रगामी तरंगों की तरंगदैर्ध्य तथा आवृत्ति में संबंध

रूपरेखा

5.1 प्रस्तावना

आपने किसी संगीत समारोह, रेडियो या टेलीविजन पर सितार, वायलिन, इकतारा, जैसे तंतुवाद्यों के मधुर संगीत का आनंद तो अवश्य लिया होगा। क्या आप जानते हैं कि इन वाद्ययंत्रों में संगीत किस प्रकार उत्पन्न किया जाता है ? जब इन वाद्ययंत्रों के तारों को कर्षित (pluck) अथवा आहत (struck) किया जाता है तो वह कंपित होते हैं जिसके कारण ध्वनि उत्पन्न होती है। इस ध्वनि की गुणता (quality) तनित तारों की आवृत्ति पर निर्भर करती है। अब प्रश्न उठता है कि तार के कम्पन की आवृत्ति किन कारकों पर निर्भर करती है ? ये कारक तार की आवृत्ति से किस प्रकार सम्बद्ध हैं ? इस प्रयोग द्वारा आप इन प्रश्नों के उत्तर खोजेंगे।

आपने आर्केस्ट्रा (orchestra) में सितारवादक को दूसरे संगीतज्ञों के साथ अपने वाद्य को समस्वरित (unison) करने के लिए सितार की खूंटियों को कसने अथवा ढीला करते हुए देखा होगा। जब किसी खूंटी को कसा जाता है तो तार का कुछ हिस्सा खूंटी के साथ लिपट जाता है। इस प्रकार तार में लगे तनाव बल को परिवर्तित किया जाता है। इसका अर्थ यह हुआ कि सितार के तार द्वारा उत्पन्न ध्वनि की आवृत्ति तार में लगाए गए तनाव बल पर निर्भर करती है। क्या आप कुछ अन्य कारकों के बारे में सोच सकते हैं जिन पर किसी कम्पित तार की आवृत्ति निर्भर करती हो ? यदि आप किसी धातु के भिन्न-भिन्न मोटाई वाले या भिन्न-भिन्न धातुओं के समान मोटाई वाले तार लें तो आवृत्ति पर क्या प्रभाव पड़ेगा ? हम अपेक्षा करते हैं कि इन दोनों स्थितियों में कम्पन की आवृत्ति भिन्न-भिन्न होगी। इसका अर्थ यह हुआ कि कम्पन की आवृत्ति तार की प्रति इकाई लंबाई के द्रव्यमान पर भी निर्भर करती है। यही कारण है कि गिटार तथा पियानो के तार धातु की पट्टी द्वारा लपेटे जाते हैं।

आपने वीणा तो देखी होगी। इस वाद्य में असमान लंबाई के तार दो स्थाई सिरों के बीच जुड़े रहते हैं। आपने यह भी देखा होगा कि वादक अपने वाद्य को समस्वरित करने के पश्चात् अपनी अंगुलियों को तारों पर चलाता है। इस प्रकार वह तार के कम्पन की लंबाई को बदलता है और विभिन्न स्वर उत्पन्न कर लेता है। इससे पता चलता है कि किसी तार के कम्पन की आवृत्ति उसकी कम्पायमान लंबाई पर भी निर्भर करती है। चूंकि तार के कम्पित भाग की लंबाई उसमें उत्पन्न अप्रगामी तरंग के तरंगदैर्ध्य पर निर्भर करती है, हम कह सकते हैं कि तरंगदैर्ध्य तथा आवृत्ति में एक निश्चित सम्बन्ध होना चाहिए।

इस प्रयोग का उद्देश्य यह जानना है कि तनित तार में उत्पन्न कम्पन की आवृत्ति इस तार में लगे तनाव बल, उसकी प्रति इकाई लंबाई के द्रव्यमान तथा कम्पायमान लंबाई पर किस प्रकार निर्भर करती है। आपको सरल लोलक के प्रयोग से यह याद होगा कि जब कोई भौतिक राशि (physical quantity) एक से अधिक प्राचलों (parameters) पर निर्भर करती है तो ऐसी स्थिति में एक समय में केवल एक प्राचल को परिवर्तित करना ठीक रहता है। ऐसा करने से उस प्राचल के मान में परिवर्तन तार की आवृत्ति के मान में हुए परिवर्तन को दर्शाता है। वैसे तो हम किसी भी तनित तार में ज्ञात तरंगदैर्ध्य की तरंगों को उत्पन्न कर सकते

हैं परन्तु तार को ज्ञात आवृत्ति से कम्पित करना सहज होता है। अतः इस प्रयोग में आप देखेंगे कि यदि किसी तनित तार को एक निश्चित आवृत्ति से कम्पित करें तो उसमें उत्पन्न तरंगों की तरंगदैर्घ्य उस पर लगे तनाव बल तथा उसकी एकक लंबाई के द्रव्यमान पर किस प्रकार निर्भर करती है।

आप इस प्रयोग को तीन भागों में करें। प्रथम भाग में आप यह खोज करें कि यदि किसी तनित तार के कम्पन की आवृत्ति तथा उसके प्रति इकाई लंबाई द्रव्यमान को निश्चित रखें तो तनाव बल को बदलने पर तरंगदैर्घ्य में क्या परिवर्तन होता है? प्रयोग के दूसरे भाग में आप यह देखेंगे कि किसी भी धातु के विभिन्न मोटाई या विभिन्न धातुओं के समान मोटाई के तारों में उत्पन्न तरंगों के तरंगदैर्घ्य में क्या अन्तर होता है। अर्थात् तार में तनाव बल तथा आवृत्ति स्थिर रखने पर प्रति इकाई लंबाई का द्रव्यमान बदलने से तरंगदैर्घ्य में क्या परिवर्तन होता है? प्रयोग के तीसरे भाग में आप तरंगदैर्घ्य और आवृत्ति में संबंध स्थापित करेंगे।

उद्देश्य

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप :

- किसी तनित तार में अप्रगामी तरंगें (stationary waves) उत्पन्न कर सकेंगे
- तार में उत्पन्न अप्रगामी तरंगों के तरंगदैर्घ्य का तार में लगे तनाव बल तथा उसके प्रति इकाई लंबाई के द्रव्यमान के बीच संबंध स्थापित कर सकेंगे
- तरंगदैर्घ्य तथा आवृत्ति में संबंध स्थापित कर सकेंगे
- तार में अनुप्रस्थ अप्रगामी तरंगों (transverse stationary waves) के वेग के लिए व्यंजक प्राप्त कर सकेंगे।

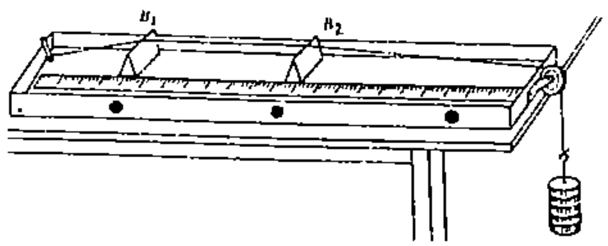
5.2 तनित तार में अप्रगामी तरंगें

किसी भी तार में तनाव (T) तथा उस तार की प्रति एकक लंबाई के द्रव्यमान (μ) को आप सहज ही ज्ञात कर सकते हैं। परन्तु तरंगदैर्घ्य को परिशुद्धता पूर्वक मापने के लिए हम अप्रगामी तरंगें उत्पन्न करते हैं। जब दो सर्वसम (identical) प्रगामी (progressive) तरंगें विपरीत दिशा में चलती हैं तो उनके अध्यारोपण (superposition) से अप्रगामी तरंगें उत्पन्न होती हैं। ये तरंगें उसी स्थान में सीमित रहती हैं जितने स्थान में प्रगामी तरंगें अध्यारोपित होती हैं। यही कारण है कि इन तरंगों को अप्रवाही तरंगें (standing waves) भी कहते हैं। अप्रगामी तरंगें वायु स्तम्भों (air columns) तथा तनित तारों में उत्पन्न की जा सकती हैं। इस प्रयोग में हम अप्रगामी तरंगों को सोनोमीटर के तार में उत्पन्न करेंगे।

जो तरंग किसी माध्यम में एक स्थान से दूसरे स्थान पर ऊर्जा संचरित करती है उसे हम प्रगामी तरंग (progressive wave) कहते हैं। अप्रगामी तरंगें ऊर्जा स्थानांतरण नहीं करतीं।

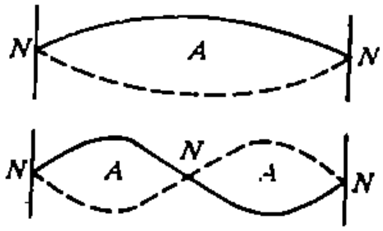
सोनोमीटर में लकड़ी का एक खोखला बॉक्स होता है जिसके एक सिरे पर खूंटी तथा दूसरे सिरे पर घिरनी लगी होती है। तार का एक सिरा खूंटी से बंधा रहता है तथा दूसरा सिरा घिरनी के ऊपर से होकर जाता है जिससे एक हैंगर लटका दिया जाता है। (हैंगर के स्थान पर आप एक पलड़ा भी लटका सकते हैं।) हैंगर पर बाट बदलकर तार में तनाव बढ़ाया या घटाया जा सकता है। तार दो सेतुओं B_1 तथा B_2 के ऊपर टिका रहता है जैसा कि चित्र 5.1 में दिखाया गया है। सोनोमीटर के साथ प्रयोग करते समय तार को ध्वनि के स्रोत के साथ स्वरैक्य (unison) में कम्पित कराया जाता है। ध्वनि स्रोत स्वरित्र द्विभुज (tuning fork) अथवा विद्युत चुंबक (electromagnet) भी हो सकता है। स्वरैक्य प्राप्त करने के लिए दोनों सेतुओं को घिरनी और खूंटी के बीच खिसकाकर हम कंपित तार-खंड B_1B_2 की लम्बाई को इस प्रकार समायोजित करते हैं कि B_1B_2 में उत्पन्न अनुप्रस्थ कंपनों की आवृत्ति ध्वनि स्रोत की आवृत्ति के ठीक बराबर हो जाये। स्वरैक्य की इस स्थिति में तार-खंड B_1B_2 के मध्य में रखा V-आकृति का कागज का एक (हल्का) राइडर गिर जाएगा।

जब सोनोमीटर के तार की प्राकृतिक आवृत्ति (natural frequency) ध्वनि स्रोत की आवृत्ति के बराबर होती है तब यह कहा जाता है कि सोनोमीटर का तार ध्वनि के स्रोत के साथ स्वरैक्य (unison) में कम्पन कर रहा है।



जब किसी स्वरित्र द्विभुज को कम्पित कर सोनोमीटर के बॉक्स पर रखते हैं तो तार प्रणोदित कम्पन (forced vibration) करने लगता है और उसमें अनुप्रस्थ तरंगे उत्पन्न हो जाती हैं। ये तरंगें स्थिर बिंदुओं B_1 तथा B_2 से परावर्तित होती हैं। इस प्रकार तार-खंड B_1B_2 में हमें दो विपरीत दिशाओं में चलती हुई आपतित

तथा परावर्तित तरंगें प्राप्त होती हैं। इन तरंगों के अध्यारोपण से अनुप्रस्थ अप्रगामी तरंगें बनती हैं तथा B_1 और B_2 सेतुओं के बीच का तार एक या उससे अधिक खंडों (segments or loops) में कंपन करने लगता है जैसा कि चित्र 5.2 में दिखाया गया है। आप देखेंगे कि जब तार में अनुप्रस्थ अप्रगामी तरंगें बन जाती हैं तो तार कुछ बिंदुओं पर कभी भी विस्थापित नहीं होता। शून्य आयाम वाले इन बिंदुओं को हम **निष्पंद**



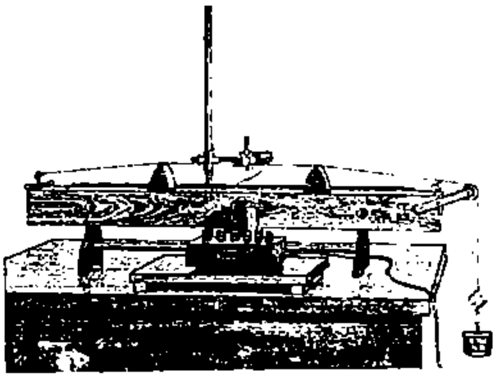
चित्र 5.2 : दो सेतुओं के मध्य तनित तार में अप्रगामी तरंगें

(nodes) कहते हैं। चित्र 5.2 में निष्पंद बिंदुओं को N द्वारा आंकित किया गया है। दूसरी ओर कुछ ऐसे भी बिंदु हैं जहां तार अत्यधिक विस्थापित हो जाता है। इन बिंदुओं को हम **प्रस्पंद** (antinode) कहते हैं। चित्र 5.2 में इन्हें A से प्रदर्शित किया गया है। जब तार मूल विधा (fundamental mode) में कंपन करता है तो उसमें केवल एक लूप ही बनता है। इस दशा में सेतुओं पर निष्पंद बनते हैं और उनके मध्य में एक प्रस्पंद बनता है। मूल विधा में कंपित तार की आवृत्ति को **मूल आवृत्ति** (fundamental frequency) कहते हैं। इस प्रयोग के लिए आवश्यक उपकरण की सूची नीचे दी गई है :

उपकरण : लोहे के भिन्न-भिन्न मोटाई के तीन चार तार (या विभिन्न चुंबकीय धातुओं के तीन-चार तार), सोनोमीटर, हैंगर तथा खांचेदार बाट, 6 वोल्ट a.c. ट्रांसफॉर्मर वाला विद्युत चुंबक, विभिन्न ज्ञात आवृत्तियों की 6 स्वरित्र द्विभुज, रबड़ की गद्दी, मीटर स्केल, स्क्रू गेज, तथा बाट-बॉक्स।

5.3 तनाव बल का तरंगदैर्ध्य पर प्रभाव

प्रयोग के इस भाग में आपको तार के प्रति इकाई लंबाई के द्रव्यमान तथा तार के कंपन की आवृत्ति को अचर रखना है। तार के इकाई लंबाई के द्रव्यमान को अचर रखने के लिये आप किसी भी धातु का तार ले सकते हैं। तार के कंपन की आवृत्ति को अचर रखने के लिए आप किसी स्वरित्र द्विभुज या विद्युत चुंबक का उपयोग कर सकते हैं। इन दोनों में से विद्युत चुंबक का उपयोग करना अधिक सरल और ठीक है क्योंकि इसकी सहायता से तार में अचर आयाम के कम्पन उत्पन्न किए जा सकते हैं।



चित्र 5.3 :

चित्र 5.3 में इस प्रयोग की समुचित व्यवस्था दिखाई गई है। विद्युत चुंबक को 6 वोल्ट के ट्रांसफॉर्मर के साथ जोड़िए तथा विद्युत चुंबक को तार के मध्य बिंदु के समीप रखिए। जैसे ही विद्युत चुंबक में धारा प्रवाहित की जाती है क्रोड (core) प्रत्येक चक्र (cycle) में दो बार विपरीत ध्रुवता (polarity) से चुंबकित होता है। इसके फलस्वरूप सोनोमीटर का तार प्रत्येक चक्र में विद्युत चुंबक द्वारा दो बार आकर्षित होता है और वह कम्पन करने लगता है। वैसे प्रत्यावर्ती धारा(a.c.)की आवृत्ति 50Hz है लेकिन, तार 100Hz की निश्चित आवृत्ति से कंपन करेगा।

बोध प्रश्न 1

यदि विद्युत चुंबक को दिष्ट धारा(d.c.)के स्रोत से जोड़ दिया जाए तो क्या तार में कंपन होगा ? यदि हां, तो कंपन की आवृत्ति क्या होगी ?

....

....

सोनोमीटर के तार से लटके हैंगर पर 0.5 kg का बाट रखो। (यदि तार से लटके हुए बाटों का भार M किलोग्राम हो तो तार में उत्पन्न तनाव का मान $T = Mg$ न्यूटन होगा। इस व्यंजक में g गुरुत्वीय त्वरण है और आप इसका मान 10 ms^{-2} ले सकते हैं।) सोनोमीटर के सेतुओं को लगभग 25 सें.मी. की दूरी पर रखें। अब विद्युत चुंबक में धारा प्रवाहित करें। आप देखेंगे कि सोनोमीटर का तार कम्पन करने लगता है। इसका अर्थ यह हुआ कि उपकरण सुचारू रूप से कार्य कर रहा है तथा आप प्रयोग आरंभ कर सकते हैं। जब सोनोमीटर का तार मूल विधा में कंपन करता है तब तार में दो निष्पंदों के बीच की दूरी अप्रगामी तरंग के आधे तरंगदैर्ध्य के बराबर होती है। अतः तार में उत्पन्न अप्रगामी तरंगों का तरंगदैर्ध्य तार के कम्पित खंड की लंबाई पर निर्भर करता है इसलिए हम तार की उस लंबाई को मापेंगे जो मूल विधा में 100 Hz की आवृत्ति से कंपन करती है। इसके लिए आप सर्वप्रथम सेतुओं के बीच वाली तार को केवल एक खंड में कंपित कराइए। इसके पश्चात् विद्युत चुंबक और तार में स्वरैक्य प्राप्त करने के लिए कागज का एक राइडर सेतुओं के मध्य तार पर रखिए। अब B_1 सेतु को स्थिर रख कर सेतु B_2 को इस के पास लाइए। आप क्या देखते हैं ? क्या तार के कम्पन का आयाम कम हो जाता है ? यदि ऐसा है तो सेतु B_2 को विपरीत दिशा अर्थात् B_1 से दूर लेते जाइए। यदि B_2 को B_1 से दूर ले जाने पर कम्पन का आयाम बढ़ता है तो सेतु B_2 को B_1 से तब तक दूर करते जाइए जब तक कि कागज का राइडर तार से नीचे नहीं गिर जाता। इस स्थिति में तार में कम्पन का आयाम अधिकतम होगा। सेतुओं के बीच की दूरी को परिशुद्धता से माप कर प्रेक्षण सारणी 5.1 में अंकित कर लीजिए। इसके बाद सेतुओं को लगभग 10 सेंमी की दूरी पर रखकर उपर्युक्त विधि को फिर से दोहराइए। किसी एक सेतु को स्थिर रखकर दूसरे सेतु की स्थिति को इस प्रकार समायोजित करें कि तार पर रखा राइडर नीचे गिर जाये। सेतुओं के बीच के तार की यह लंबाई मापिए और पाठ्यांक को पुनः प्रेक्षण सारणी 5.1 में लिखिए।

प्रेक्षण सारणी 5.1 : तनाव बल का तरंगदैर्ध्य पर प्रभाव

तार के कंपन की आवृत्ति = 100 Hz

मीटर स्केल का अल्पतमांक = ...cm

क्र.सं.	हैंगर पर रखा भार (kg)	तनाव बल $T=Mg$ (N)	स्वरैक्य के लिए सेतुओं के बीच तार की लम्बाई (cm)				माध्य लम्बाई (cm)	तरंगदैर्ध्य $\lambda = 2l$ (cm)	ln T	ln λ
			भार बढ़ाते समय		भार घटाते समय					
			सेतु दूर हों	सेतु पास हों	सेतु दूर हों	सेतु पास हों				
1										
2										
3										
4										
5										

अब हैंगर में भार को 0.5 kg के समान चरणों में बढ़ा कर तार में तनाव बल को बढ़ाते जाइए तथा प्रत्येक स्थिति में उपर्युक्त विधि के अनुसार तार की अनुनादी लम्बाई (resonating length) को मापकर अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 5.1 में लिखिए। भार बढ़ाते समय यह ध्यान रखें कि प्रत्यास्थता सीमा (elastic limit) पार न हो।

यह सुनिश्चित करने के लिए कि आप प्रत्यास्थता सीमा में ही कार्य कर रहे हैं, भार को समान चरणों में घटाते हुये उपर्युक्त कार्य विधि को दोहरायें। प्रत्येक स्थिति में अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी में लिखिए। क्या ये प्रेक्षण भार बढ़ाते समय लिए गये पाठ्यांकों से भिन्न हैं। हम अपेक्षा करते हैं कि ये लंबाई लगभग समान होंगी। यदि इन लंबाइयों में अधिक अंतर हो तो आप इन पर अपने परामर्शदाता से विचार करें। प्रत्येक तनाव के लिए माध्य लंबाई ज्ञात करें।

प्रेक्षण सारणी 5.1 से आप स्पष्ट रूप से कह सकते हैं कि λ का मान T के साथ परिवर्तित होता है। अर्थात् तरंगदैर्ध्य T के समानुपाती है। इसे निम्न ढंग से अंकित करते हैं :

$$\lambda \propto T$$

क्या आप इन राशियों के मध्य यथार्थ संबंध को केवल अपने प्रेक्षणों की सहायता से परिमाणित कर सकते हैं ? शायद यह संभव नहीं है। λ तथा T में यथार्थ संबंध ज्ञात करने के लिए आप सरल लोलक के प्रयोग में दिए गए सुझावों का इस्तेमाल कर सकते हैं। अर्थात् आप λ तथा $T^{1/2}$, या λ तथा T, या λ तथा T^2 इत्यादि में ग्राफ खींचे। इस तरह खींचे गए कई ग्राफों में एक न एक सरल रेखीय ग्राफ अवश्य मिलेगा। यह सरल रेखा मूल बिन्दु (origin) से गुजरेगी। उदाहरणतया, यदि λ तथा $T^{1/2}$ का ग्राफ सरल रेखीय है और यदि इस सरल रेखा की प्रवणता (slope) का मान k_1 तो λ और T में यथार्थ सम्बन्ध निम्न प्रकार का होगा :

$$\lambda = k_1 T^{1/2}$$

λ तथा T में संबंध ज्ञात करने का एक अन्य तरीका भी है। मान लीजिए कि $\lambda \propto T^a$

$$\text{या} \quad \lambda = k_1 T^a \tag{5.1}$$

जिसमें a कोई स्थिरांक है तथा k_1 अनुपातिकता स्थिरांक (constant of proportionality) है। दोनों ओर का लघुगणक (logarithms) लेने पर आप लिख सकते हैं कि

$$\ln \lambda = \ln k_1 + a \ln T \tag{5.2}$$

यदि आप ln λ को y-अक्ष पर तथा ln T को x-अक्ष पर लेकर ग्राफ खींचे तो आपको सरल रेखीय आरेख प्राप्त होगा।

समीकरण (5.2) की तुलना सरल रेखा के समीकरण

$$y = mx + c$$

से करने पर हम देखते हैं कि y-अक्ष पर प्राप्त अंतःखंड ln k_1 का मान देता है जब कि सरल रेखा की प्रवणता से a का मान मिलता है। सरल रेखा पर कोई दो बिंदु लेकर प्रवणता की गणना कीजिए। परिशुद्धता के लिए इन बिंदुओं की दूरी अधिक से अधिक होनी चाहिए। हम अपेक्षा करते हैं कि a का मान 1/2 होगा। अधिकतम तथा न्यूनतम प्रवणता की रेखाएं खींच कर आप प्रवणता के मान में त्रुटि ज्ञात करें। a का मान ज्ञात होने पर आप λ तथा T के संबंध को निम्नलिखित व्यंजक द्वारा व्यक्त कर सकते हैं :

$$\lambda = k_1 \sqrt{T} \tag{5.3}$$

बोध प्रश्न 2

λ तथा $T^{1/2}$ में ग्राफ खींचिए तथा तनाव बल $T_1 = 64$ N और $T_2 = 324$ N के लिए तरंगदैर्घ्यों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

....

....

5.4 तार की प्रति इकाई लंबाई के द्रव्यमान का तरंगदैर्ध्य पर प्रभाव

तार की इकाई लंबाई के द्रव्यमान पर तरंगदैर्ध्य की निर्भरता को जानने के लिए आप किसी धातु के भिन्न-भिन्न मोटाई के तीन चार तार लें। यदि एक ही धातु के भिन्न-भिन्न अनुप्रस्थ परिच्छेद (cross section) वाले तार उपलब्ध न हों तो आप भिन्न-भिन्न धातुओं के समान अनुप्रस्थ परिच्छेद के तार भी ले सकते हैं। सबसे पहले आप प्रत्येक तार की एकक लंबाई के द्रव्यमान ज्ञात करें। इसे ज्ञात करने के लिए आपको प्रत्येक तार का व्यास ज्ञात करना होगा। व्यास ज्ञात करने के लिये आप स्क्रू गेज का उपयोग करें। स्क्रू गेज का अल्पतमांक ज्ञात कीजिए और यह भी देखिए की इसमें कोई शून्यांक त्रुटि तो नहीं है। तार का व्यास कई वार भिन्न-भिन्न जगहों पर मापना चाहिए। अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 5.2 (क) में लिखिए।

प्रेक्षण सारणी 5.2

(क) : तार की इकाई लंबाई का द्रव्यमान

स्क्रूगेज का अल्पतमांक = ...cm

तार	व्यास (cm)			माध्यमान d (cm)	घनत्व ρ (kg m^{-3})	μ (kg m^{-1})
	(i)	(ii)	(iii)			
A						
B						
C						
D						

(ख) : तार की प्रति इकाई लंबाई के द्रव्यमान का तरंगदैर्घ्य पर प्रभाव

आवृत्ति = ...Hz
तार में तनाव = ...N

क्र.स.	प्रति इकाई लम्बाई का द्रव्यमान, μ (kg m^{-1})	स्वरैक्य स्थिति में तार की अनुनादी लम्बाई (cm)		माध्य लम्बाई l(cm)	तरंगदैर्घ्य $\lambda = 2l$ (cm)	$ln\ \mu$	$ln\ \lambda$
		सेतु दूर हों	सेतु पास हों				
1							
2							
3							
4							
5							
6							

आप तारों की धातुओं का घनत्व किसी भौतिक आँकड़ों की पुस्तक से देखकर एकक लम्बाई का द्रव्यमान निम्नलिखित सूत्र द्वारा परिकलित करें :

$$\mu = \frac{\pi d^2 \rho}{4}$$

यदि आपको स्क्रूगेज न मिले तो एक मीटर लम्बा तार लेकर उसका भार ज्ञात करके भी μ ज्ञात कर सकते हैं।

प्रयोग के इस भाग में तनाव को लगभग 20 N (M = 2 kg) स्थिर रखना है। जैसे ही विद्युत चुंबक में धारा प्रवाहित होगी तार 100 Hz की आवृत्ति से कंपन करने लगेगा। सेतुओं को लगभग 25 सें.मी. की दूरी पर रखिए। जैसा कि पहले कहा जा चुका है, आप सेतुओं के बीच की दूरी इस प्रकार समायोजित करें कि तार एक खंड में अत्यधिक आयाम के साथ कंपन करने लगे। इस स्थिति की जांच कागज के राइडर को पहले की ही भांति रखकर करें। सेतुओं के बीच की दूरी को ठीक से मापकर प्रेक्षण सारणी 5.2 (ख) में लिखिए। सेतुओं के बीच की दूरी को लगभग 10 सें.मी. रख़कर इस विधि को दोहराए। अनुनादी लंबाई को सारणी 5.2(ख) में लिखिए। माध्य लंबाई ज्ञात कीजिए।

अन्य तारों के लिए भी उपर्युक्त विधि को दोहराइए। ध्यान रहे कि प्रत्येक तार में तनाव बल का मान समान रहे। अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 5.2 (ख) में अंकित करें।

क्या तरंगदैर्घ्य μ के मान के साथ-साथ परिवर्तित होता है ? जब μ बढ़ता है तब क्या λ बढ़ता है या घटता है ? λ के मान का घटना यह बताता है कि λ और μ के मध्य व्युत्क्रमानुपाती संबंध है। इसे हम गणित की भाषा में निम्न ढंग से अंकित करते हैं :

$$\lambda = k_2 \mu^b$$

यहां b एक स्थिरांक है तथा k_2 अनुपातिकता स्थिरांक है। समीकरण के दोनों ओर लघुगणक लेने पर हमें निम्नलिखित संबंध मिलता है :

$$\ln \lambda = \ln k_2 + b \ln \mu$$

यदि आप ln λ तथा ln μ के बीच ग्राफ खींचे तो आपको एक सरल रेखा प्राप्त होगी। इसकी प्रवणता से b का मान प्राप्त होता है। हम यह अपेक्षा करते हैं कि $b = -0.5$ होगा। आपके द्वारा ज्ञात किए गए b का मान क्या है ? अधिकतम तथा न्यूनतम प्रवणता की रेखाएं खींच कर आप प्रवणता के मान में त्रुटि ज्ञात कर सकते हैं। इस प्रकार आप λ और μ के मध्य निम्न संबंध लिख सकते हैं :

$$\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}} \tag{5.4}$$

अब तक किए गए प्रयोगों के परिणामों से आप λ, T और μ के बीच निम्न संबंध स्थापित कर पाये हैं :

$$\lambda = k \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{5.5}$$

यहां k अनुपातिकता स्थिरांक है।

बोध प्रश्न 3

i) यदि सोनोमीटर का तार खोखला हो तो क्या तरंगदैर्ध्य प्रभावित होगी ? यदि हां तो किस प्रकार ?

....

....

ii) मान लीजिए कि आपने सोनोमीटर के लोहे के तार की एक निश्चित लम्बाई को स्वरित्र द्विभुज के साथ स्वरैक्य कर लिया है। अब आप इसके स्थान पर निकल (Nickel) का उतना ही मोटा तार ले लेते हैं। क्या तार की स्वरित्र द्विभुज के साथ स्वरैक्य वाली लंबाई में कोई परिवर्तन होगा ?

....

....

5.5 तरंगदैर्ध्य तथा आवृत्ति में संबंध

किसी तनित तार में उत्पन्न अप्रगामी तरंगों के तरंगदैर्ध्य तथा आवृत्ति में संबंध स्थापित करने के लिए तार के तनाव को अचर रखना होगा। आवृत्ति में परिवर्तन करने के लिए आपको विभिन्न आवृत्तियों के स्वरित्र द्विभुज इस्तेमाल करने होंगे। (यह कार्य विद्युत चुंबक नहीं कर सकता क्योंकि यह तार में केवल एक ही आवृत्ति के कंपन उत्पन्न करता है।) तार को निश्चित तनाव 20 N ($M = 2$ kg) से तनित कीजिए।

B_1 तथा B_2 सेतुओं को लगभग 25 सेंमी की दूरी पर रखिए। V आकृति के कागज के राइडर को पहले की भांति ही B_1 तथा B_2 के मध्य में रखिए। स्वरित्र द्विभुज की एक भुजा को रबड़ के पैड पर धीरे से मार कर कंपित कीजिए। ऐसा करने पर स्वरित्र द्विभुज केवल मूल विधा में ही कम्पित होगा। द्विभुज के हैंडल को ध्वनि बॉक्स के ऊपर रखिए। ध्यान रहे कि आप स्वरित्र द्विभुज की भुजाओं के किसी भी हिस्से को न छुएं। (ऐसा होने पर स्वरित्र द्विभुज के कम्पन अवमंदित हो जायेंगे।) स्वरित्र द्विभुज के कंपन तार में संचरित हो जाते हैं जिससे तार कंपन करने लगता है और उसमें अप्रगामी तरंगें उत्पन्न हो जाती हैं। अब धीरे-धीरे सेतु B_2 को B_1 की ओर तब तक ले जाइए जब तक कागज का राइडर गिर न जाए। इसका अर्थ यह हुआ कि तार तथा स्वरित्र द्विभुज में स्वरैक्य है। तार की इस लंबाई को ध्यानपूर्वक मापें। अपनी प्रेक्षण तालिका बनायें और अपने पाठ्यांकों को उसमें लिखें।

प्रेक्षण सारणी 5.3 : तरंगदैर्ध्य तथा आवृत्ति में सम्बन्ध

तार में तनाव = ...N

अब सेतु B_1 तथा सेतु B_2 को लगभग 10 सेंमी की दूरी पर रखें। सेतु B_2 को सेतु B_1 से दूर ले जाकर उपर्युक्त विधि को दोहराइए। पहले की भांति तार की वह लंबाई मापिए जो स्वरित्र द्विभुज के साथ अनुनाद करती है। अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 5.3 में लिखिए। माध्य लंबाई परिकलित कीजिए।

तनाव को स्थिर रखकर उपर्युक्त विधि को अन्य स्वरित्र द्विभुजों के साथ दोहराएं। हर बार लंबाई को नापकर सारणी 5.3 में लिखिए।

आवृत्ति तरंगदैर्घ्य को किस प्रकार प्रभावित करती है ? हम अपेक्षा करते हैं कि आवृत्ति के बढ़ने पर तरंगदैर्घ्य घटेगी। इस संबंध को हम इस प्रकार भी लिख सकते हैं :

$$f = k_3 \lambda^{-c}$$

यहां k_3 अनुपातिकता स्थिरांक है तथा c कोई अन्य स्थिरांक है। f तथा $\lambda^{-1/2}$, f तथा λ^{-1}, f तथा λ^{-2},.... इत्यादि में आरेख खीचिए। इस तरह खींचें गए आरेखों में एक न एक सरल रेखीय ग्राफ अवश्य प्राप्त होगा जो कि मूल बिन्दु से गुजरेगा। हमारा अनुमान है कि f तथा λ^{-1} का ग्राफ सरल रेखीय होगा। सरल रेखा की प्रवणता से आपको k_3 का मान प्राप्त होगा। k_3 के इस मान की तुलना दिए गए तार के लिए $\sqrt{T/\mu}$ के मान के साथ कीजिए। क्या ये दोनों मान समान हैं ? सैद्धांतिक रूप में ये समान होने चाहियें। इसका अर्थ यह हुआ कि किसी तार में अप्रगामी तरंगों के तरंगदैर्घ्य और आवृत्ति के मध्य सम्बन्ध को निम्नलिखित व्यंजक द्वारा अंकित किया जा सकता है :

$$f = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{5.7}$$

आप देखेंगे कि गुणनफल $f\lambda$ और वेग की विमा (dimensions) एक ही हैं। इसका अर्थ यह हुआ कि एक तनित तार में अनुप्रस्थ तरंगों का वेग उसके तनाव तथा तार की प्रति इकाई लंबाई के द्रव्यमान पर निर्भर करता है ।

बोध प्रश्न 4

यदि सेतुओं के बीच के तार की लंबाई दुगुनी कर दी जाए तो आवृत्ति में क्या परिवर्तन होगा ?

....

....

5.6 शब्दावली

अध्यारोपण	superposition
अनुनादी लम्बाई	resonating length
अनुपातिकता स्थिरांक	constant of proportionality
अनुप्रस्थ	transverse
अनुप्रस्थ परिच्छेद	cross-section
अप्रगामी तरंग	stationary wave
आयाम	amplitude
आवृत्ति	frequency
कर्षित	plucked
गुणता	quality
तनित तार	stretched wire
तरंगदैर्घ्य	wavelength
ध्रुवता	polarity
निस्पंद	node
परावर्तित	reflected

प्रगामी तरंग	progressive wave
प्रणोदित कम्पन	forced vibration
प्रत्यावर्ती धारा	alternating current
प्रत्यास्थता सीमा	elastic limit
प्रवणता	slope
प्रस्पंद	antinode
मूलविधा	fundamental mode
स्वरित्र द्विभुज	tuning fork
स्वरैक्य	unison

उत्तर प्रदेश
राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय

U. G. P. H. S. (L) -1
भौतिकी प्रयोगशाला-I

खंड

2

पदार्थों के यांत्रिक और वैद्युत गुणों से संबंधित कुछ प्रयोग

खंड प्रस्तावना

खंड 1 में हमने दोलन और तरंगों से संबंधित कुछ प्रयोगों की चर्चा की है। हमारा विश्वास है कि इसे पढ़ने में आपने महसूस किया होगा कि इन प्रयोगों द्वारा हम अनेक भौतिक संकल्पनाओं का ज्ञान प्राप्त कर सकते हैं। हमें आशा है कि आपको यह खंड रुचिकर लगा होगा। खंड 2 में हमने जिन छः प्रयोगों के विषय में चर्चा की है वे पदार्थों के यांत्रिक और वैद्युत गुणधर्मों पर आधारित हैं। इस पाठ्यक्रम का मुख्य उद्देश्य आधारभूत दक्षताओं जैसे एकाग्रचित होकर प्रेक्षण करना, प्राप्त आंकड़ों का विश्लेषण एवं व्याख्या तथा त्रुटि विश्लेषण आदि को विकसित करना है। इन प्रयोगों के माध्यम से आपको अपना कौशल और अधिक बढ़ाने का अवसर मिलेगा।

यंगस माडुलस (Y) किसी भी पदार्थ का एक महत्वपूर्ण यांत्रिक गुणधर्म है। इस का ज्ञान हमारे लिए पुलों के निर्माण तथा इमारतों में कालम खड़े करने के लिए आवश्यक है। प्रयोग 6 में आप दंड बंकन विधि द्वारा Y का मान ज्ञात करेंगे। चूंकि आप दंड नमन सूक्ष्मदर्शी एवं प्रकाश उत्तोलक व्यवस्था की सहायता से मापेंगे, इसलिए इस प्रयोग में प्रकाशीय उपकरणों से काम करेंगे। प्रयोग 7, 8 और 9 में आप विविध प्रकार के विद्युत उपकरणों से कार्य करना सीखेंगे। उदाहरण के तौर पर, हम दैनिक जीवन में ऐसी अनेक विद्युत युक्तियों का इस्तेमाल करते हैं जिनमें प्रतिरोध प्रयुक्त होते हैं। विशेष रूप से ऊर्जा संप्रेषण में न्यून प्रतिरोध वाली केबिल का उपयोग होता है जबकि इस्त्री में उच्च प्रतिरोध लगता है। अतः आपको प्रतिरोध ज्ञात करने की विधि पता होनी चाहिए। वास्तव में, प्रयोग 7 का संबंध इसी विषय से है। ताप विद्युत प्रभाव (सीबैक प्रभाव) पर आधारित तापीययुग्म भौतिकी प्रयोगशाला में तापमापी तथा उपग्रहों में कम कीमत एवं अधिक सुग्राही विद्युत ऊर्जा के स्त्रोत के रूप में प्रयुक्त होती है। प्रयोग 8 में आप तापीययुग्म का तापमापी के रूप में इस्तेमाल करना सीखेंगे। LCR परिपथ का उपयोग रेडियो, टी.वी. एवं अन्य अनेक आधुनिक इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में किया जाता है। किसी परिपथ की उपयोगिता उसके गुणता कारक पर निर्भर करती है। प्रयोग 9 में आप एक LCR परिपथ की आवृत्ति अनुक्रिया और गुणता कारक ज्ञात करना सीखेंगे। प्रयोग 10 में आप p-n संधि डायोड एवं जेनर डायोड के अभिलक्षणिक वक्र आरेखित करना सीखेंगे। इन युक्तियों का व्यापक उपयोग संसूचक (detector) एवं दिष्टकारक (rectifier) के रूप में होता है। इनसे भी अधिक उपयोगी युक्ति ट्रांजिस्टर है। इसका इस्तेमाल कंप्यूटर, उपग्रह, राकेट एवं वीडियो खेल आदि में किया जाता है। एक प्रकार से आप कह सकते हैं कि ट्रांजिस्टर एक ऐसी युक्ति है जिसके कारण तकनीकि क्रांति संभव हो सकी है। अतः इसकी कार्य प्रणाली जानना आपके लिए आवश्यक है। प्रयोग 11 में आप pnp या npn ट्रांजिस्टर के अभिलक्षणिक वक्र आरेखित करना सीखेंगे।

हम आशा करते हैं कि आपको यह पाठ्यक्रम रुचिकर लगेगा। हम आपकी सफलता की कामना करते हैं।

आभार : हम हंसराज कालेज के प्रधानाचार्य एवं डा. एस.के. मोंगा, भौतिकी विभाग के आभारी हैं क्योंकि उन्होने हमें इस पाठ्यक्रम के लिए अपने कालिज में प्रयोगशाला आयोजित करने की अनुमति दी।
हम श्री सुंदरसिंह एवं श्री गोपाल कृष्ण के भी आभारी हैं।

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड .... नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण नं. ....

प्रयोग 6 दंड बंकन विधि से किसी पदार्थ का यंग-गुणांक ज्ञात करना

इकाई की रूपरेखा

6.1 प्रस्तावना

बचपन में खेलते समय आपने रबड़ की गेंद अथवा स्पंज के टुकड़े को दबाने पर यह देखा होगा कि गेंद अथवा स्पंज की आकृति में परिवर्तन आ जाता है। यदि गेंद को आप दबाना बंद कर दें तो आप देखेंगे कि वह फिर से अपनी मूल आकृति में आ जाती है। वास्तव में सभी वस्तुओं को उपयुक्त बल लगाने पर विरूपित (deform) किया जा सकता है तथा विरूपक बल (deforming forces) के हटने पर वस्तु अपनी मूल स्थिति में वापिस आ जाती है। उदाहरण के लिए, यदि किसी तार का ऊपरी सिरा दृढ़तापूर्वक कसा हो तथा निचले सिरे पर भार लटका हो तो इसके निचले सिरे पर लटके भार से तार की लंबाई में परिवर्तन आयेगा। यदि तार पर लटके भार को हटा लिया जाए तो वह पुनः अपनी मूल अवस्था में वापिस आ जाता है। तार के इस गुण को **प्रत्यास्थता (elasticity)** कहते हैं। इसी गुण के कारण ही वस्तु बाह्य बल से उत्पन्न किसी भी प्रकार के परिवर्तन का विरोध करती है तथा जैसे ही बल हटा लिया जाता है वह अपनी पूर्व अवस्था में आने की कोशिश करती है। वस्तु के **विरूपण (deformation)** के लिए जितना अधिक बल लगाया जाता है, वह उतनी ही अधिक प्रत्यास्थ कहलाती है।

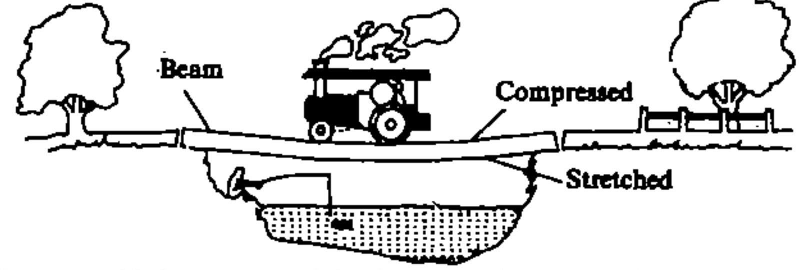
जब किसी वस्तु पर विरूपक बल लगता है तब उस वस्तु में प्रतिक्रिया बल उत्पन्न हो जाता है। इस आंतरिक बल को प्रत्यानयन बल (restoring force) कहते हैं। यह प्रयुक्त बल का विरोध करता है और वस्तु को उसकी प्रारंभिक अवस्था में लाने की कोशिश करता है। साम्यावस्था में प्रत्यानयन बल प्रयुक्त बाह्य बल के बराबर होता है। वस्तु के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगे हुए प्रत्यानयन बल को **प्रतिबल (stress)** कहते हैं। वस्तु की लंबाई, आयतन और आकार में होने वाले भिन्नात्मक परिवर्तन (fractional change) को **विकृति (strain)** कहते हैं। जब किसी तार को उसकी लंबाई की दिशा में अर्थात् उसके अनुप्रस्थ परिच्छेदित क्षेत्रफल के अभिलम्ब की दिशा में बल लगाकर खींचा जाए तो इसकी लंबाई में परिवर्तन आता है। तब तार के अनुप्रस्थ काट के मात्रक क्षेत्रफल में उत्पन्न प्रत्यानयन बल को अनुदैर्ध्य प्रतिबल (longitudinal stress) कहते हैं। तार की लंबाई में होने वाली वृद्धि तथा प्रारंभिक लम्बाई के अनुपात को अनुदैर्ध्य विकृति (longitudinal strain) कहते हैं। प्रत्यास्थता सीमा के भीतर अनुदैर्ध्य विकृति तथा अनुदैर्ध्य प्रतिबल के अनुपात को **यंग गुणांक (Young's modulus)** कहते हैं। इसका मान पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है न कि पदार्थ की लंबाई एवं चौड़ाई पर।

किसी पदार्थ पर लगा वह अधिकतम प्रतिबल (stress) जिसके परे पदार्थ में स्थाई विरूपण (permanent deformation) आ जाये, उस पदार्थ की **प्रत्यास्थता सीमा (elastic limit)** कहलाती है।

पदार्थों के यांत्रिक और वैद्युत गुणों से संबंधित कुछ प्रयोग

समांगी (homogeneous), समदैशिक (isotropic) (जिसके 'गुणधर्म सभी स्थानों एवं दिशाओं में समान रहें), प्रत्यास्थ पदार्थ की समान अनुप्रस्थ काट (गोलीय अथवा चौकोर) वाली छड़ को दंड कहते हैं।

पुलों के निर्माण में यंग गुणांक का ज्ञान होना अति महत्वपूर्ण है। इसकी सहायता से किसी भी दण्ड अथवा छड़ या गर्डर पर भार रखने के कारण उत्पन्न नमन (depression) ज्ञात किया जा सकता है। ऐसा इसलिए है क्योंकि जब दंड में नमन उत्पन्न होता है (चित्र 6.1) तो उसके एक पृष्ठ में आकुंचन और दूसरे पृष्ठ में प्रसार होता है और यह दंड के पदार्थ के यंग गुणांक पर निर्भर करता है। इसी प्रकार यंग गुणांक हमें किसी वस्तु जैसे कि भाप के इंजन की संबंधन छड़ (connecting rod) या पिस्टन (piston) अथवा गर्डर के प्रतिबल सहने की क्षमता ज्ञात करने में मदद करता है। आपने देखा होगा कि पुलों और स्टील के फ्रेम से बनी इमारतों में गर्डर और दंड के अनुप्रस्थ काटों के आकार अंग्रेजी के I अक्षर में बनाए जाते हैं। इसी प्रकार आयताकार अनुप्रस्थ काट के दंड में लम्बाई को गहराई के रूप में इस्तेमाल किया जाता है। वास्तव में उपर्युक्त सभी जानकारी हमें 'दंड सिद्धांत' (Beam theory)—जो कि 'सरचनात्मक इंजीनियरिंग' (structural engineering) की आधारशिला है—से प्राप्त होती है। इस प्रयोग में आप दंड बंकन विधि द्वारा किसी पदार्थ के यंग गुणांक को ज्ञात करना सीखेंगे।



चित्र 6.1 : लोहे के पुल पर चल रहे रेल के इंजन (प्राचीन समय का) से दंड किस प्रकार झुक जाता है कि उसकी एक सतह आकुंचित होती है तथा दूसरी सतह में प्रसार होता है।

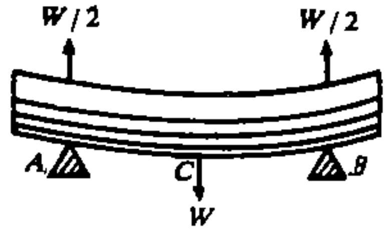
उद्देश्य

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप :

- किसी पिण्ड (object) पर सूक्ष्मदर्शी और टेलिस्कोप को केंद्रित कर सकेंगे
- लंबन (पैरेलैक्स) त्रुटि को हटाने में सक्षम होंगे
- नमन का मापन कर सकेंगे
- यंग-गुणांक को (i) सूक्ष्मदर्शी (microscope) तथा (ii) टेलीस्कोप और प्रकाश उत्तोलक व्यवस्था (optical lever arrangement) द्वारा ज्ञात कर इन दोनों विधियों की परिशुद्धताओं की तुलना कर सकेंगे
- यंग-गुणांक का परिकलन कर सकेंगे।

6.2 दंड के दोनों सिरों को सुदृढ़ आधार पर रखकर ठीक मध्य में भार लटकाने से उत्पन्न नमन

जब किसी दंड के दोनों सिरों को किसी सुदृढ़ आधार पर रखकर ठीक मध्य पर भार लटकाते हैं तब भारित बिंदु पर सर्वाधिक नमन होता है। प्रायः नमन बहुत कम होता है। मान लो कोई दंड दोनों सिरों के निकट A तथा B बिंदु पर रखे दो क्षुरधारों (knife-edges) पर टिका है (चित्र 6.2)। मान लो इसके मध्य बिंदु C पर भार W लटका है। दोनों क्षुरधारों पर प्रतिक्रिया



चित्र 6.2 : दो सिरों पर आधारित और केन्द्र पर भार W से भारित दंड का झुकना।

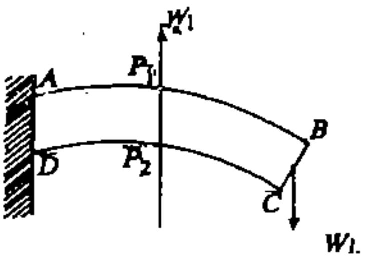
$W/2$ ऊपरी दिशा में होगी। ऐसी स्थिति में दंड को दो प्रतिलोमित केन्टीलीवरों (inverted cantilevers) के समान समझा जा सकता है जो C बिंदु पर स्थिर है। इन दो कैंटीलीवरों में बंकन (bending) A और B पर ऊपरी दिशा में लगे भारों के कारण होगा। अतः हमें यह जानना आवश्यक है कि कैन्टीलीवर में बंकन कैसे होता है तथा किन कारकों पर निर्भर करता है?

दंड बंकन विधि से किसी पदार्थ का यंग-गुणांक ज्ञात करना

कैन्टीलीवर एक ऐसा दंड होता है जो एक सिरे पर स्थिर होता है।

6.2.1 कैन्टीलीवर

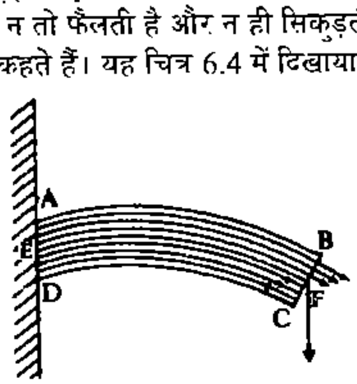
आइए चित्र 6.3 में दिखाए गए कैन्टीलीवर पर विचार करें। मान लो मुक्त सिरे पर कोई भार W_1 रखा है। जैसे ही दंड भारित होगा वैसे ही उसमें झुकाव हो जाएगा। क्या आप जानते हैं कि ऐसा क्यों होता है? इसका उत्तर देने के लिए आइए दंड के P_1BCP_2 परिच्छेद पर विचार करें। चूंकि भार W_1 दंड के मुक्त सिरे पर लगाया गया है, इसलिए प्रतिक्रिया बल जिसका परिमाण W_1 के समान है, P_2P_1 की दिशा की ओर अर्थात् ऊर्ध्वाधर होगी। क्योंकि ये दोनों बल समान और विपरीत हैं इसलिए इनसे बल युग्म का निर्माण होगा। आपको मालूम होगा कि जब किसी पिंड पर कोई बल युग्म कार्य करता है तो वह पिंड में घूर्णन उत्पन्न करता है।



चित्र 6.3 : जब दंड $ABCD$ को AD सिरे पर स्थिर रखते हैं तो यह कैन्टीलीवर बनाता है। इसके मुक्त सिरे पर जब भार रखते हैं तो दंड झुक जाता है।

क्या आप आशा करते हैं कि कैन्टीलीवर में भी घूर्णन होगा? क्योंकि इसका एक सिरा स्थिर है इसलिए इसमें घूर्णन नहीं होगा। इसलिए इस स्थिति में बल युग्म की प्रवृत्ति दंड को दक्षिणावर्त दिशा में झुकाने की होती है। (इसे बिन्दुकित लकीर के तीर द्वारा दिखाया गया है) । यही कारण है कि इस बल युग्म को **बंकन बल युग्म (bending couple)** कहा जाता है तथा इस युग्म के आघूर्ण को **बंकन आघूर्ण (bending moment)** कहते हैं।

अब आपको आश्चर्य होगा कि दंड पर बल युग्म के लगने पर भी वह साम्यावस्था में रहता है। यह तभी संभव होता है जब कोई संतुलन बल युग्म (balancing couple) दंड पर कार्य करे। यह समझने के लिए कि संतुलन बल युग्म कैसे बनता है, आइए यह देखें कि जब दंड का मुक्त सिरा भारित होता है तब उसके अंदर क्या होता है? इसे जानने के लिए आप यह कल्पना कर सकते हैं कि दंड एक दूसरे के ऊपर रखे हुए बहुत से पतले परतों से बना हुआ होता है। इन परतों को **तंतु (filament)** कहते हैं। जब दंड भारित होता है तब उसके ऊपरी आधे भाग के तंतु खिंच (stretched) जाते हैं अर्थात् उनमें प्रसार हो जाता है तथा निचले आधे भाग के तंतु आकुंचित (compressed) हो जाते हैं। ऐसा होने पर भी बीच में एक ऐसी सतह (फिलामेंट) होती है जो न तो फैलती है और न ही सिकुड़ती है। इस सतह को **उदासीन सतह (neutral surface)** कहते हैं। यह चित्र 6.4 में दिखाया गया है।



चित्र 6.4 : जब दंड, लगाये गए भार के कारण उत्पन्न बल युग्म की वजह से झुक जाती है तो दंड की ऊपरी सतह खिंच जाती है तथा नीचे वाली सतह आकुंचित हो जाती है। EF उदासीन पृष्ठ को प्रदर्शित करता है। दंड के ऊपरी आधे भाग तथा निचले आधे भाग में स्थित तंतुओं में क्रमशः विस्तार और आकुंचन तीरों की लम्बाई द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

जैसे ही उदासीन सतह के ऊपर वाले तंतु फैलते हैं प्रत्येक में प्रत्यानयन बल पैदा हो जाता है, जैसा कि चित्र 6.5 में दिखाया गया है। ये बल दंड के स्थिर सिरे की ओर कार्य करने लगते हैं तथा प्रसार का विरोध करते हैं। दूसरी ओर उदासीन सतह के नीचे की तंतुओं के संकुचन के कारण नीचे वाले आधे भाग में उत्पन्न प्रत्यानयन बल भारित सिरे की

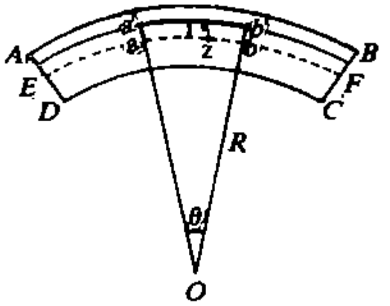
चित्र 6.5 : जब दंड झुकता है तब उसके ऊपरी आधे भाग में तंतुओं में विस्तार के विरोध में प्रत्यानयन बल स्थिर सिरों की दिशा में कार्य करता है। जब कि निचले आधे हिस्से में आकुंचन के विरोध में प्रत्यानयन बल बाहर की ओर कार्य करता है। इन दोनों बलों के समूह के उदासीन अक्ष के सापेक्ष आघूर्ण की दिशा वामावर्त होती है (बिन्दुकित तीरों द्वारा दिखाया गया है) तथा इस प्रकार वे दंड में झुकाव का विरोध करते हैं।

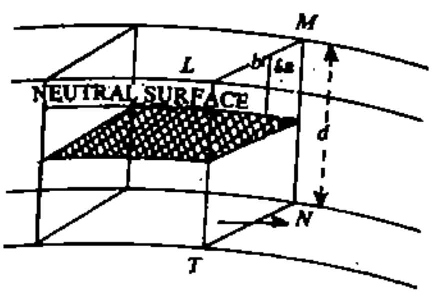
ओर कार्य करने लगते हैं तथा सकुचन का विरोध करते हैं। आप देखेंगे कि बलों के ये दो समूह विपरीत दिशाओं में कार्य करते हैं। फिर भी इन बलों की, उदासीन सतह के सापेक्ष, आघूर्ण की दिशा समान अर्थात् वामावर्त होती है (इसे बिन्दुकित लकीरों के तीरों द्वारा दिखाया गया है)। यह दिशा दंड के झुकने की दिशा की विपरीत होती है। अतः बलों का यह समूह दंड को उसकी मूल अवस्था में लाने का प्रयत्न करता है। बलों का यह समूह एक बल युग्म बनाता है जिसे **संतुलन बल युग्म (balancing couple)** अथवा **प्रत्यानयन बल युग्म (restoring couple)** कहते हैं। इस बल युग्म के आघूर्ण को प्रतिरोध का आघूर्ण कहते हैं। जब दंड साम्यावस्था में होता है तब प्रतिरोध का आघूर्ण बंकन आघूर्ण के बराबर होता है। अब आप उन कारकों को जानना चाहेंगे जिन पर बंकन आघूर्ण अथवा प्रत्यानयन बल युग्म का आघूर्ण निर्भर करते हैं।

6.2.2 बंकन आघूर्ण

आइए दंड के छोटे से भाग पर विचार करें जैसा कि चित्र 6.6 (क) में दिखाया गया है। यह भाग इस प्रकार झुका हुआ है कि यह वक्रता केन्द्र O पर कोण θ बनाती है। मान लो उदासीन सतह के ab भाग की वक्रता त्रिज्या R है। उदासीन सतह (तंतु) से z दूरी पर तंतु के भाग $a'b'$ की लम्बाई हम इस प्रकार लिख सकते हैं :

$$a'b' = (R + z)\theta$$





चित्र 6.6 : (क) दंड की विकृत दिशा में इसके एक छोटे भाग को गोलीय रूप में झुका हुआ समझा जा सकता है जो कि केंद्र O पर कोण θ बनाता है।

(ख) $LMNT$ दंड का एक प्रस्थच्छेद है जो कि दंड की लम्बाई तथा झुकाव तल के लम्बवत है।

जब दंड वंकित नहीं था तब इस तंतु की लंबाई उदासीन तंतु की लंबाई के बराबर थी। चूंकि उदासीन तंतु की लम्बाई दंड के झुकाव के बाद भी परिवर्तित नहीं होती है। अतः

$a'b'$ की मूल लंबाई $= ab$ की लंबाई $= R\theta$

$$\therefore a'b' \text{ की लंबाई में वृद्धि} = a'b' - ab = (R+z)\,\theta - R\theta = z\theta \quad (6.1)$$

चूँकि $a'b'$ की मूल लंबाई $= R\theta$

$$\text{अतः अनुदैर्ध्य विकृति} = \frac{\text{लंबाई में वृद्धि}}{\text{मूल लंबाई}} = \frac{z\theta}{R\theta} = \frac{z}{R} \quad (6.2)$$

जैसा कि चित्र 6.6 (ख) में दिखाया गया है मान लीजिए प्रस्थछेद $LMNT$ दंड के लम्बाई तथा झुकाव तल के लम्बवत है। यदि इस प्रस्थच्छेद $LMNT$ में, हम उदासीन पृष्ठ से z दूरी पर किसी क्षेत्रफल a पर विचार करें तो इस क्षेत्रफल से गुजरते हुए तंतु में उत्पन्न विकृति z/R होगी। जैसा कि पिछले उपभाग में स्पष्ट किया जा चुका है जब भी तंतु की लंबाई बढ़ती है, दंड के स्थिर सिरे की ओर तंतु पर प्रत्यानयन बल कार्य करता है। आप इस बल का परिकलन इस प्रकार कर सकते हैं:

$$Y = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

अथवा, प्रतिबल $= Y \times$ अनुदैर्ध्य विकृति

जहाँ Y दंड के पदार्थ का यंग-गुणांक है। इससे यह पता चलता है कि इस क्षेत्रफल a में

$$\text{प्रतिबल} = Y\frac{z}{R} \quad (6.3)$$

$$\text{और इसलिए क्षेत्रफल } a \text{ पर बल} = aY\frac{z}{R} \quad (6.4)$$

$$\text{उदासीन पृष्ठ के सापेक्ष इस बल का आघूर्ण} = Ya\frac{z}{R}z$$

$$= Ya\frac{z^2}{R} \quad (6.5)$$

चूँकि प्रस्थच्छेद $LMNT$ के ऊपरी और निचले आधे भागों पर कार्यकारी बलों के आघूर्ण एक ही दिशा में होते हैं अतः प्रस्थच्छेद के सभी तंतुओं (अथवा दंड) में कार्यकारी बलों के कुल आघूर्ण को इस प्रकार लिखा जा सकता है।

$$\Sigma\frac{Yaz^2}{R} = \frac{Y}{R}\Sigma az^2 = \frac{Y}{R}I_g \quad (6.6)$$

जहाँ $I_g = \Sigma az^2$ दंड का ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण है। अतः दंड का बंकन आघूर्ण (अथवा प्रत्यानयन बल युग्म का आघूर्ण) $= \frac{Y}{R}I_g$ होगा।

Σaz^2 को दंड के भाग (section) की उदासीन पृष्ठ के सापेक्ष ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण (geometrical moment of inertia) कहते हैं। इसे AK^2 भी लिखा जाता है। जहाँ A दंड के प्रस्थच्छेद $LMNT$ का कुल क्षेत्रफल है तथा K परिभ्रमण त्रिज्या (radius of gyration) है।
आयताकार अनुप्रस्थ काट के लिए

$$A = b \times d \text{ और } k^2 = \frac{d^2}{12}$$

यहाँ b लंबाई तथा d चौड़ाई है

$$\therefore I_g = Ak^2 = \frac{bd^3}{12}$$

वृत्ताकार प्रस्थच्छेद के लिए

$$A = \pi r^2 \text{ और } k^2 = \frac{r^2}{4}$$

जहाँ r दंड की त्रिज्या है।

$$\therefore I_g = AK^2 = \frac{\pi r^4}{4}$$

अब आप जानना चाहते हैं कि प्रत्यानयन बल युग्म का आघूर्ण कैन्टीलीवर के मुक्त सिरे पर उत्पन्न नमन के साथ किस प्रकार संबंधित है?

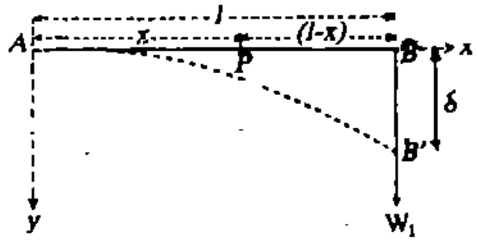
6.2.3 कैन्टीलीवर के मुक्त सिरे पर नमन

जैसा कि चित्र 6.7 में दिखाया गया है, l लम्बाई के कैन्टीलीवर पर विचार कीजिए। मान लीजिए इसकी लंबाई की ओर x-अक्ष तथा नीचे की ओर ऊर्ध्वाधर y-अक्ष है। जब कैन्टीलीवर का मुक्त सिरा W_1 भार द्वारा भारित होता है तब मुक्त सिरे पर नमन सर्वाधिक होता है। दंड के सिरे A से x दूरी पर P परिच्छेद पर विचार कीजिए। भार W_1 के कारण इस भाग पर बंकन आघूर्ण को इस प्रकार लिखा जा सकता है : $W_1 \times PB = W_1\,(l-x)$

चूँकि दंड साम्यावस्था में है, अतः यह प्रतिरोध के आघूर्ण $\frac{YI_g}{R}$ के बराबर होना चाहिए।

अर्थात्

$$W_1 (l - x) = \frac{YI_g}{R} \tag{6.7}$$



चित्र 6.7 : मुक्त सिरे पर भारित कैन्टीलीवर। लम्बाई l के कैन्टीलीवर के उदासीन अक्ष को AB द्वारा प्रदर्शित किया गया है। जब B सिरा भारित होता है तब उदासीन अक्ष AB' स्थिति को प्राप्त कर लेता है और B सिर पर (δ) नमन हो जाता है।

चूंकि उदासीन पृष्ठ समतल रहता है अतः किसी दिये हुए बिंदु पर उदासीन पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या (R) को इस संबंध द्वारा व्यक्त कर सकते हैं :

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

समीकरण (6.7) में R का मान प्रतिस्थापित करने पर हम देखते हैं कि

$$W_1 (l - x) = YI_g \frac{d^2y}{dx^2}$$

अथवा
$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{W_1}{YIg} (l - x) \tag{6.8}$$

समीकरण (6.8) को x के सापेक्ष दो बार समाकलन करने पर हमें मुक्त सिरे ($x = l$) पर नमन (δ) का मान प्राप्त होता है।

$$\delta = \frac{W_1 l^3}{3YI_g} \tag{6.9}$$

अतः कैन्टीलीवर के मुक्त सिरे पर उत्पन्न नमन $\frac{W_1 l^3}{3YI_g}$ है।

बोध प्रश्न 1

समीकरण (6.9) को देखकर उन कारकों (factors) के नाम बताइये जिन पर कैन्टीलीवर मुक्त सिरे पर नमन निर्भर करता है।

....

....

आइए चित्र 6.2 को फिर से देखें। यदि दंड AB की लंबाई L हो तो प्रत्येक कैन्टीलीवर (AC अथवा BC) की लंबाई $L/2$ होगी।

चूंकि प्रत्येक क्षुरधार पर प्रतिक्रिया $W/2$ है, हम यह मान सकते हैं कि प्रत्येक कैन्टीलीवर (AC अथवा BC) के मुक्त सिरों पर भार $W/2$ है। समीकरण (6.9) में $W_1 = W/2$ और $l = L/2$ रख कर बिंदु C से A या B का उत्थान (elevation) ज्ञात किया जा सकता है। अतः

$$A \text{ या } B \text{ का उत्थान} = \frac{\frac{W}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^3}{3YI_g}$$

$$= \frac{WL^3}{48\ YI_g}$$

$\frac{1}{R}$ के पूर्ण व्यंजक के लिये किसी भी अवकलन गणित की पुस्तक देख सकते है। $\frac{1}{R}$ का पूर्ण व्यंजक इस प्रकार है : $\frac{1}{R} = \frac{(d^2y/dx^2)}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$ क्योंकि नमन का मान कम होता है इसलिए $\frac{dy}{dx} << 1$ अतः $\frac{1}{R} = \frac{d^2y}{dx^2}$

समीकरण (6.8) को x के सापेक्ष समाकलन करने पर,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W_1}{YI_g}\left(lx - \frac{x^2}{2}\right) + c_1$$

जहाँ c_1 समाकलन अचर है।

जब $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = 0$ तब $c_1 = 0$ होगा।

$$\frac{dy}{dx} = \frac{W_1}{YI_g}\left(lx - \frac{x^2}{2}\right)$$

दुबारा समाकलन करने पर

$$y = \frac{W_1}{YI_g}\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right)$$

दंड के मुक्त सिरे पर $x = l$ (दंड की लम्बाई), $y = \delta$ (नमन) अतः

$$\delta = \frac{W_1}{YI_g}\left(\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{6}\right)$$

अथवा $\delta = \frac{W_1 l^3}{3YI_g}$

चूंकि बिंदु C से A या B का उत्थान बिंदु C से A या B के नमन के बराबर ही होगा।

इसलिए दंड के मध्य में उत्पन्न नमन (δ) को इस प्रकार लिखते हैं : $\delta = \dfrac{WL^3}{48\ YI_g}$

$$\text{अतः } Y = \frac{WL^3}{48\delta\ I_g}$$

यदि दंड का प्रस्थच्छेद आयताकार हो तो हम यह लिख सकते हैं :

$$Y = \frac{WL^3}{4\delta\ bd^3} \qquad (6.10)$$

जहाँ b दंड की चौड़ाई और d मोटाई है।

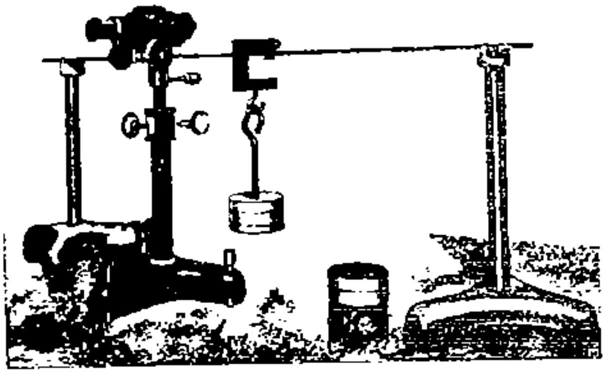
समीकरण (6.10) की सहायता से दंड के पदार्थ का यंग-गुणांक निर्धारण करने के लिए आपको दंड के मध्यबिंदु में उत्पन्न नमन को ज्ञात करना होगा। क्योंकि नमन बहुत कम होता है इसलिए इसका मापन परिशुद्धता से करना पड़ता है। इस उद्देश्य के लिए सबसे अधिक उपयुक्त चल सूक्ष्मदर्शी है। यदि आपको सूक्ष्मदर्शी के स्थान पर एक टेलिस्कोप दे दिया जाए तब आप क्या करेंगे? क्या आप फिर भी दंड के नमन को उतनी ही परिशुद्धता से माप सकेंगे? हाँ, प्रकाश उत्तोलक विधि द्वारा नमन को मांपा जा सकता है। परन्तु दूसरे प्रश्न के उत्तर के लिए आपको दंड के नमन का मापन (i) सूक्ष्मदर्शी, तथा (ii) प्रकाश उत्तोलक और टेलीस्कोप की सहायता से करना होगा।

इसके लिए निम्न उपकरण आवश्यक हैं :

उपकरण : आयताकार दंड, दो क्षुरधार, दंड के बीच में भार को लटकाने के लिए एक हैंगर (अथवा एक रकाब), एक चल सूक्ष्मदर्शी , पिन, प्रकाश उत्तोलक, टेलिस्कोप, मीटर पैमाना, आधा किलोग्राम भार के कई बाट, वर्नियर कैलिपर्स तथा स्क्रू गेज।

6.3 सूक्ष्मदर्शी की सहायता से दंड में उत्पन्न नमन का मापन

जैसा कि चित्र 6.8 में दिखाया गया है दंड को क्षुरधारों के ऊपर क्षैतिज स्थिति में इस प्रकार रखिए कि उनके बाहर दंड का बराबर-बराबर भाग निकला रहे। ध्यान रहे अनुप्रस्थ काट का छोटा हिस्सा-ऊर्ध्वाधर हो। दंड को ठीक मध्य में भारित करने के लिए दो क्षुराधारों के बीच एक हुक (या हुक के साथ रकाब) लटकाइए। दंड की स्थिति ज्ञात करने के लिए दंड के



चित्र 6.8 : सूक्ष्मदर्शी की सहायता से दंड में उत्पन्न नमन को मापने के लिए प्रयोगात्मक व्यवस्था

ठीक मध्य में मोम के द्वारा पिन (उर्ध्वाधर दिशा में) लगा दीजिए। सूक्ष्मदर्शी को पिन पर संकेंद्रित (Focus) कीजिए और इसके क्षैतिज क्रास तार को पिन की नोक के साथ-साथ सम्पाती कीजिए। यदि आप सूक्ष्मदर्शी को पिन पर संकेंद्रित नहीं कर पाते हैं तो अपने परामर्शदाता की सहायता लीजिए। प्रेक्षणों को लेने से पहले आपको सूक्ष्मदर्शी का अल्पतमांक ज्ञात कर लेना चाहिए। इसे ज्ञात करने के लिए सूक्ष्मदर्शी के मुख्य पैमाने के लघुतम भाग का मान ज्ञात कीजिए। उसके बाद वर्नियर पैमाने के एक भाग का मान ज्ञात कीजिए। मुख्य पैमाने के लघुतम भाग के मान तथा वर्नियर पैमाने के एक भाग के मान के अंतर से हमें अल्पतमांक का मान प्राप्त होता है। मान लीजिए वर्नियर के 10 भाग मुख्य पैमाने के 9 लघुतम भागों के साथ सम्पाती हैं तथा प्रत्येक लघुतम भाग 1 mm के बराबर है। तब हम इस प्रकार लिख सकते हैं: वर्नियर के 10 भाग = 9 mm

अथवा, वर्नियर का 1 भाग = $\frac{9}{10}$ mm

$\therefore$ अल्पतमांक = 1 मुख्य पैमाने का भाग − 1 वर्नियर भाग

$$= \left(1 - \frac{9}{10}\right) \text{mm}$$
$$= \frac{1}{10} \text{mm}$$
$$= \frac{1}{100} \text{cm} = 0.01 \text{ cm.}$$

बोध प्रश्न 2

मान लो किसी वर्नियर में 50 भाग हैं जिसका मान मुख्य पैमाने के 19mm के बराबर है। इस पैमाने का अल्पतमांक ज्ञात कीजिए।

....

....

....

अब मुख्य पैमाने और वर्नियर पैमाने के पाठ्यांकों को पढ़िए। यह, उस पाठ्यांकों को दर्शाता है जब हेंगर पर कोई भी भार नहीं रखा गया है। इसे प्रेक्षण सारणी 6.1 में लिखिए। इसके

प्रेक्षण सारणी 6.1 दंड में उत्पन्न नमन का मापन

सूक्ष्मदर्शी के मुख्य पैमाने के 1 छोटे भाग का मान = ... cm

वर्नियर पैमाने के एक भाग का मान = ... cm

सूक्ष्मदर्शी का अल्पतमांक = ... cm

क्रम संख्या	हैंगर पर रखा भार भार (B) (g)	जब पिन की नोक सूक्ष्मदर्शी के क्षैतिज क्रास तार के सम्पाती हो तब सूक्ष्मदर्शी के पाठ्यांक			नमन (δ) (cm)
		भार बढ़ते हुए (cm)	भार घटते हुए (cm)	माध्य (cm)	
1	0				
2	500				
3	1000				
4	1,500				
5	2,000				
6	2,500				
7	3,000				
8	3,500				

बाद हैंगर में आधा किलोग्राम का बाट रख कर उसे धीरे से लटकाइए। क्या अब भी सूक्ष्मदर्शी के दृष्टि क्षेत्र में पिन की नोक दिखाई पड़ती है? यदि ऐसा है तो क्या पिन क्षैतिज क्रॉस तार के सम्पाती है? हम यह अपेक्षा करते हैं कि ऐसा नहीं होगा क्योंकि दंड में कुछ नमन पैदा हो जायेगा और दंड नीचे झुक जायेगा। पिन की नोक को क्षैतिज क्रास तार के सम्पाती करने के लिए सूक्ष्मदर्शी को उर्ध्वाधर थोड़ा सा नीचे की ओर खिसकाइये। अब फिर से मुख्य पैमाने और वर्नियर पैमाने के पाठ्यांकों को देखिए तथा इसे प्रेक्षण सारणी 6.1 में लिखिए।

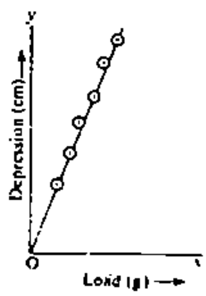
इस प्रकार भार को आधा किलोग्राम के समान चरणों में बढ़ाइए और प्रत्येक स्थिति में पिन को क्षैतिज क्रॉस तार के सम्पाती रखकर पाठ्यांक लीजिए। अब क्रमशः धीरे-धीरे बाटों को उतारते जाइए और सूक्ष्मदर्शी के पाठ्यांकों को लिखिए। इसे तब तक करना है जब तक हैंगर पर कोई भी भार न रहे। **बाटों को हैंगर पर बहुत धीरे-धीरे रखना और हटाना चाहिए।**

बोध प्रश्न 3

क्या कारण है कि पाठ्यांक भार कम करते समय भी लिये जाते हैं?

....

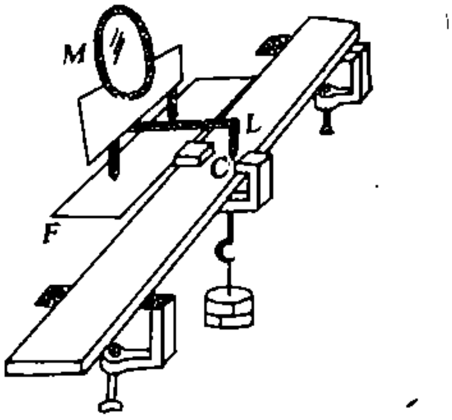
इससे आपको प्रत्येक भार के लिए दो पाठ्यांक प्राप्त होंगे एक, जब कि भार बढ़ रहा था और दूसरा जब भार घट रहा था। किसी दिए गए भार के लिए इन दोनों पाठ्यांकों के माध्य की गणना कीजिए। प्रत्येक भार के लिए उसके माध्य पाठ्यांक में से प्रारंभिक माध्य पाठ्यांक को घटाकर दंड में उत्पन्न नमन की गणना कीजिए। भार (x-अक्ष की ओर) और नमन (y-अक्ष की ओर) के बीच ग्राफ खींचिए। ग्राफ एक निष्कोण (smooth) सरल रेखा है जिसे इस प्रकार खींचिए कि अधिक से अधिक संख्या में बिन्दु इस पर पड़ें और कुछ बिन्दु इसके दोनों तरफ समान रूप से बिखरे हुए छूट जायें, जैसा कि चित्र 6.9 में दिखाया गया है। किन्हीं दो बिंदुओं को लेकर सरल रेखा की प्रवणता की गणना कीजिए। प्रवणता से आपको δ/W का मान प्राप्त होगा।



चित्र 6.9 : भार (W) तथा नमन (δ) के बीच ग्राफ।

6.4 टेलिस्कोप और प्रकाश-उत्तोलक की सहायता से दंड में उत्पन्न नमन का मापन

टेलिस्कोप की सहायता से नमन को मापने के लिए आपको प्रकाश उत्तोलक तथा एक पैमाने की आवश्यकता पड़ेगी। (प्रकाश-उत्तोलक एक समतल दर्पण है जो कि तीन टांगों वाले धातु के फ्रेम में लगा रहता है।) सर्वप्रथम दंड को प्रयोग के पहले भाग की भांति रखिए। ऊर्ध्वाधर पिन को हटाइए और उसके स्थान पर प्रकाश-उत्तोलक को इस प्रकार रखिए कि दर्पण 'M' को सहारा देने वाले दो टांग दंड के पीछे स्थित क्षैतिज आधार F पर टिके रहें और तीसरी टांग L दंड के मध्य बिंदु C के ऊपर रहे, जैसा कि चित्र 6.10 में दिखाया गया है। यह आवश्यक है कि दर्पण इस प्रकार समायोजित हो कि वह ऊर्ध्वाधर रहे और दंड की लम्बाई के समानान्तर हो। यदि आप दर्पण को सहारा देने वाले दो टांगों को दंड और तीसरे टांग को आधार पर रख दें तो क्या होगा? ऐसा करने पर इस विधि द्वारा जो नमन ज्ञात किया जायेगा वह दंड के मध्यबिंदु का नमन नहीं होगा।



चित्र 6.10 : टेलिस्कोप और प्रकाश-उत्तोलक की सहायता से दंड के नमन को मापने के लिए प्रयोगात्मक व्यवस्था।

जब हैंगर पर बाट को रखते हैं तो दंड में नमन हो जाता है। परिणामस्वरूप दंड के मध्य बिंदु को स्पर्श करती हुई इस प्रकाश-उत्तोलक की टांग नीचे चली जाती है। इससे दर्पण आगे की ओर झुक जाता है। इसलिए यदि आप दर्पण के झुकाव को माप लें तो आप नमन का पता लगाने में समर्थ हो जाएंगे। इसके लिए टेलिस्कोप और स्केल की आवश्यकता होती है। आइए देखें कैसे?

दर्पण के ठीक सामने लगभग एक मीटर की दूरी पर दृढ़ स्टैण्ड पर पैमाने को ऊर्ध्वाधर स्थिति में रखिए। टेलिस्कोप को पैमाने के पास उतनी ही ऊँचाई पर रखिए जितनी ऊँचाई पर दर्पण है। टेलिस्कोप के नेत्रिका को इस प्रकार फोकस कीजिए जिससे क्षैतिज क्रॉस तार स्पष्ट दिखाई दे। अब टेलीस्कोप के साथ लगे हुए स्केल का दर्पण के द्वारा परावर्तित बिंब देखने का प्रयत्न कीजिए। स्केल के बिंब को फोकस करने के लिए दर्पण को हलका सा उसके क्षैतिज अक्ष पर घुमाना पड़ सकता है। (यदि आप पैमाने के प्रतिबिंब को स्पष्ट रूप से फोकस नहीं कर पा रहे हों तो समय नष्ट किए बिना अपने परामर्शदाता से सलाह लीजिए।) इस स्थिति में क्रास तार पर स्केल का जो निशान हो उसको प्रेक्षण सारणी 6.2 में नोट कर लीजिए।

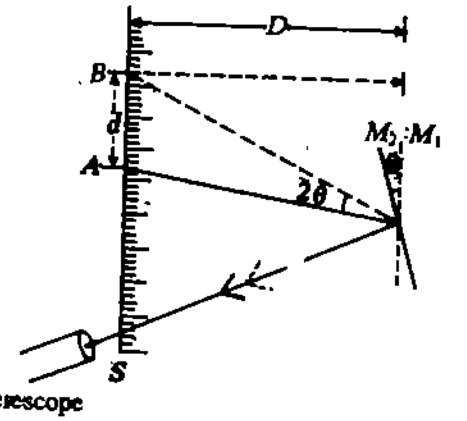
प्रेक्षण सारणी 6.2

दर्पण से पैमाने की दूरी (D) = ... cm

प्रकाश-उत्तोलक के दो टांगों को जोड़ने वाली रेखा से तीसरे टांग की दूरी (x) = ... cm

क्रम संख्या	हैंगर पर रखा गया भार (W) (g)	टेलिस्कोप के क्षैतिज क्रॉस-तार की स्थिति (cm)			d (cm)	$\delta = \frac{xd}{2D}$ (cm)
		बढ़ते हुए भार के साथ (cm)	घटते हुए भार के साथ (cm)	माध्य (cm)		
1	0					
2	500					
3	1000					
4	1,500					
5	2,000					
6	2,500					
7	3,000					
8	3,500					

क्षैतिज क्रास तार की यह स्थिति क्या दर्शाती है? आइए चित्र 6.11 को देखें। यहाँ M_1 समतल दर्पण की स्थिति है। टेलिस्कोप में पैमाने का पाठ्यांक A समतल दर्पण से परावर्तन



चित्र 6.11 : प्रकाश-उत्तोलक के उपयोग में सिद्धांत का चित्रण।

के बाद दिखाई पड़ता है। इसका अर्थ यह हुआ कि जो अभी आपने नोट किया है वह पैमाने का पाठ्यांक A है।

अब आप हैंगर पर 500 gm भार धीरे से रखिए। इससे दंड में थोड़ा सा नमन आ जाएगा। इसके परिणामस्वरूप दर्पण आगे की ओर θ कोण से झुक जाएगा। हम जानते हैं कि जब प्रकाश की किरणें किसी ऐसे समतल दर्पण पर पड़ती है जो अपने तल में स्थित ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष θ कोण से घूम रही हो तो, परावर्तित किरण 2θ कोण से घूम जाती है। अब पाठ्यांक A टेलिस्कोप के क्रास तार पर नहीं दिखाई पड़ेगा बल्कि कोई अन्य पाठ्यांक B (चित्र 6.11)। इसे प्रेक्षण तालिका (6.2) में लिखिए। यदि पैमाने में पाठ्यांकों A और B के बीच की दूरी को d द्वारा दर्शाया जाए तथा D दर्पण और पैमाने के बीच की दूरी हो तब

$$2\theta = \frac{d}{D} \text{ होगा।}$$

यदि तीसरी टांग पिछले टांगों P और Q से x दूरी पर हो तो दंड के नमन (δ) को इस प्रकार लिखा जा सकता है

$$\delta = x\,\theta = \frac{xd}{2D} \qquad (6.11)$$

इस संबंध से हमें यह पता चलता है कि यदि x, d और D का मान ज्ञात हो जाए तो δ का मान आसानी से परिकलित किया जा सकता है। x के मापन के लिए प्रकाश-उत्तोलक को किसी कागज पर रखकर उसे धीरे से दबाइए जिससे उसके टांग के निशान कागज पर बन जाएं। इन निशानों की सहायता से प्रकाश-उत्तोलक की दो पिछले टांगों को मिलाने वाली रेखा से आगे वाले टांग की दूरी का निर्धारण कीजिए। इससे x का मान प्राप्त होगा। समीकरण (6.11) की सहायता से 500 gm भार के लिए दंड का नमन ज्ञात कीजिए। हैंगर पर आधे-आधे किलोग्राम के बाट रखते जाइए और प्रत्येक स्थिति में क्रास तार पर स्केल का जो निशान हो उसको प्रेक्षण तालिका में नोट करते जाइये।

अब हैंगर से बाटों को उन्हीं क्रम में हटाइए तथा प्रत्येक बार टेलिस्कोप के क्षैतिज क्रास तार पर पैमाने के निशान को नोट कीजिए। इसे निरीक्षण तालिका 6.2 में लिखिए। प्रत्येक भार के लिए इस प्रकार प्राप्त दो पाठ्यांकों—एक भार को बढ़ाते हुये तथा दूसरे भार को कम करते हुए—का औसत ज्ञात कीजिए। प्रत्येक भार के लिए, उसके माध्य पाठ्यांक में से प्रारंभिक माध्य पाठ्यांक को घटा कर, d का मान ज्ञात करिए।

समीकरण (6.11) की सहायता से प्रत्येक भार के लिए दंड का नमन ज्ञात कीजिए और इसे निरीक्षण तालिका 6.2 में लिखिए। भार (x-अक्ष की दिशा में) और नमन (y-अक्ष की दिशा में) के बीच ग्राफ खींचिए। इस प्रकार प्राप्त सरल रेखा की प्रवणता का परिकलन कीजिए।

6.5 यंग-गुणांक को ज्ञात कर उपरोक्त दोनों विधियों की परिशुद्धताओं की तुलना

यंग-गुणांक ज्ञात करने के लिए आपको दंड की मोटाई और चौड़ाई तथा क्षुरधारों के बीच उसकी लंबाई को मापना होगा। लम्बाई मापने के लिए आप मीटर पैमाने का इस्तेमाल कर सकते हैं। पैमाने के भिन्न-भिन्न भागों का इस्तेमाल करके लम्बाई को कई बार मापिये और औसत मान ज्ञात कीजिए। अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 6.3 (क) में लिखिए।

प्रेक्षण सारणी 6.3 (क)

क्षुरधारों A तथा B के बीच दंड की लम्बाई (L)

क्रम संख्या	क्षुरधार A के लिए पैमाने का पाठ्यांक x (cm)	क्षुरधार B के लिए पैमाने का पाठ्यांक y (cm)	लम्बाई $y-x$	औसत लम्बाई L (cm)

बोध प्रश्न 4

दंड की कुल लंबाई मापने के स्थान पर आप दो क्षुरधारों के बीच की लंबाई को माप रहे हैं। ऐसा क्यों?

....

....

स्क्रूगेज की सहायता से लम्बाई की दिशा में दंड की मोटाई को भिन्न-भिन्न स्थानों पर मापिए। आप स्वयं प्रेक्षण सारणी 6.3 (ख) बनाइए और औसत मोटाई की गणना कीजिए। इसी प्रकार वर्नियर कैलिपर्स से विभिन्न स्थानों पर दंड की चौड़ाई मापने के लिए कई पाठ्यांक लिखिए। प्रेक्षण सारणी 6.3 (ग) बनाकर पाठ्यांकों को लिखिए। औसत मान की गणना कीजिए।

प्रेक्षण सारणी 6.3

(ख) मोटाई (d) का मापन

स्क्रूगेज का अल्पतमांक = ... cm

शून्यांक त्रुटि (यदि कोई हो तो) = ... cm

शून्यांक संशोधन (यदि कोई शून्यांक त्रुटि हो तो) = ... cm

औसत मान = ... cm

संशोधित मान (यदि शून्यांक संशोधन किया गया हो) = ... cm

प्रेक्षण सारणी 6.3

(ग) चौड़ाई (b) का मापन

वर्नियर कैलिपर्स का अल्पतमांक	= .... cm
शून्यांक त्रुटि (यदि कोई हो)	= .... cm
शून्यांक संशोधन (यदि शून्यांक त्रुटि हो तो)	= .... cm

औसत मान	= .... cm
संशोधित मान (यदि शून्यांक संशोधन किया गया हो)	= .... cm

इस प्रकार L, b, d के मान तथा भाग 6.3 से सरल रेखा की प्रवणता का मान ज्ञात होने पर आप दंड के पदार्थ का यंग-गुणांक का परिकलन समीकरण (6.10) की सहायता से निम्न प्रकार कर सकते हैं:

$$Y = \frac{L^3}{4bd^3} \times \frac{1}{\text{प्रवणता}} = \ldots\ldots \text{ dynes cm}^{-2} = \ldots\ldots \text{ Nm}^{-2}$$

परिणाम

सूक्ष्मदर्शी की सहायता से दिए हुए दंड के लिए यंग-गुणांक = ... Nm^{-2}

अब भाग 6.4 से प्राप्त सरल रेखा की प्रवणता को सूत्र

$$Y = \frac{L^3}{4bd^3} \times \frac{1}{\text{प्रवणता}}$$

में इस्तेमाल कर के यंग गुणांक का मान ज्ञात कीजिए।

परिणाम

टेलिस्कोप और प्रकाश-उत्तोलक की सहायता से दिए हुए दंड के लिए
Nm^{-2}

सूक्ष्मदर्शी की सहायता से नमन का जिस परिशुद्धता से मापन किया जाता है, वह सूक्ष्मदर्शी के अल्पतमांक के बराबर होता है।

मान लीजिए सूक्ष्मदर्शी का अल्पतमांक 0.001 cm है।
प्रकाश-उत्तोलक व्यवस्था के लिए, मान लीजिए, ऊर्ध्वाधर पैमाने का अल्पतमांक 0.1 cm है। इसे $x/2D$ से गुणा किया जाता है (प्रेक्षण सारणी 6.2 देखें)। यदि

$D = 1\text{m} = 100$ cm और $x = 3$ cm हो तब $\frac{x}{D} = \frac{3}{100} = 0.03$

अतः प्रकाश उत्तोलक व्यवस्था की सहायता से नमन के मापन का अल्पतमांक
$= 0.1 \times 0.03 = 0.003$ cm

$$\text{अनुपात} \; : \; \frac{\text{अल्पतमांक (सूक्ष्मदर्शी)}}{\text{अल्पतमांक (प्रकाश उत्तोलक)}} = \frac{0.001}{0.003} = \frac{1}{3}$$

इससे यह पता चलता है कि नमन अर्थात् Y का मापन प्रकाश-उत्तोलक की तुलना में सूक्ष्मदर्शी से तीन गुणा अधिक परिशुद्ध होता है। किन्तु प्रकाश-उत्तोलक विधि भी सूक्ष्मदर्शी विधि से अधिक परिशुद्ध परिणाम दे सकती है। इसके लिए आपको यह सोचना होगा कि किस प्रकार प्रकाश उत्तोलक व्यवस्था की सहायता से नमन के मापन का अल्पतमांक कम किया जा सकता है। उदाहरण के लिए आप मीटर पैमाने के स्थान पर अर्द्धमिलीमीटर पैमाने का उपयोग कर सकते हैं। प्रकाश-उत्तोलक की सहायता से नमन के मापन का अल्पतमांक (i) उसके दो टाँगों को जोड़ने वाली रेखा से तीसरे टाँग की दूरी x तथा (ii) दर्पण और पैमाने के बीच की दूरी D पर निर्भर करती है। इन घटकों को इस प्रकार समायोजित करने का प्रयत्न कीजिए जिससे कि प्रकाश-उत्तोलक विधि सूक्ष्मदर्शी विधि से अधिक परिशुद्ध हो।

6.6 शब्दावली

अनुदैर्ध्य	longitudinal
अल्पतमांक	least count
आघूर्ण	moment
आकुंचन/संकुचन	compressed
उदासीन सतह	neutral surface
ज्यामितीय जड़त्व आघूर्ण	geometrical moment of inertia
तंतु	filament
दंड	beam
नमन	depression
परिभ्रमण त्रिज्या	radius of gyration
परिशुद्धता	accuracy
प्रकाश उत्तोलक	optical lever
प्रतिबल	stress
प्रत्यास्थता	elasticity
प्रत्यानयन बल	restoring force
प्रतिक्रिया	reaction
बंकन	bending
मुक्त सिरा	free end
यंग-गुणांक	Young's modulus
वामावर्त	anticlockwise
विकृति	strain
विरूपण	deformation
शून्यांक त्रुटि	zero error
संकेन्द्रित	focus
समाकलन	integration
साम्यावस्था	equilibrium
सूक्ष्मदर्शी	microscope

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए
ग्रेड .... नाम ....
मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण नं. ....

प्रयोग 7 कैरे फोस्टर ब्रिज द्वारा अल्प प्रतिरोध मापन

इकाई की रूपरेखा

7.1 प्रस्तावना

आपने अपने घर में विद्युत तार, इलैक्ट्रिक हीटर, विद्युत इस्त्री तथा गीज़र आदि अनुप्रयुक्तियाँ (appliances) अवश्य इस्तेमाल किये होंगे। क्या आपने कभी सोचा है कि इन अनुप्रयुक्तियों में विद्युत धारा किस प्रकार प्रवाहित होती है? तापन अवयव किस पदार्थ का बना है और क्यों? हम यह भलीभांति जानते हैं कि प्रत्येक पदार्थ धारा के प्रवाह को प्रतिरोधित करता है। यह प्रतिरोध किस प्रकार उत्पन्न होता है और उसके क्या कारण हैं? क्या सभी पदार्थ समान प्रतिरोध पैदा करते हैं? हम आशा करते हैं कि आपने इन सभी प्रश्नों के उत्तर अपने स्कूल के भौतिकी पाठ्यक्रम में जान लिए होंगे।

मान लीजिए हमें किसी विद्युत परिपथ में धारा के प्रवाह को नियंत्रित करना है। ऐसा करने के लिए हमें परिपथ के प्रतिरोध का ज्ञान होना चाहिए। इसी प्रकार कोई अपेक्षित ऊष्मीय प्रभाव उत्पन्न करने के लिए भी हमें तापन अवयव के प्रतिरोध का ज्ञान होना चाहिए। आवश्यकतानुसार हम विभिन्न प्रतिरोध इस्तेमाल करते हैं। भौतिकी प्रयोगशाला में विद्युत संबन्धनों (connections) में इस्तेमाल होने वाली तांबे की एक मीटर लम्बी तार का प्रतिरोध लगभग 0.02 Ω होता है। जब किसी विद्युत परिपथ में प्रक्षेप गैल्वैनोमीटर (ballistic galvanometer) जैसा नाजुक उपकरण विद्यमान होता है तो उस परिपथ में अल्प प्रतिरोध ($\sim 0.1\ \Omega$ या कम) शंट के रूप में इस्तेमाल किया जाता है। विद्युत संचरण (power transmission) के लिए कम प्रतिरोध के केबिल उपयोग में लाए जाते हैं ताकि ऊर्जा ह्रास कम हो। इसके अतिरिक्त जब हमें किसी परिपथ में धारा नियंत्रित करनी होती है तब हम परिवर्ती या उच्च मान का अचर प्रतिरोध इस्तेमाल करते हैं। बड़े पैमाने पर बनाये गए प्रतिरोधों में कार्बन की पतली तह प्रतिरोध उत्पन्न करती है। ऐसे प्रतिरोधों को प्रायः रेडियो तथा टेलीविजन में प्रयुक्त परिपथों में इस्तेमाल किया जाता है। अतः अब एक महत्वपूर्ण प्रश्न उठता है कि हम $10^6\ \Omega$ से $10^{-3}\ \Omega$ के प्रतिरोधों को कैसे मापें? इस प्रश्न का उत्तर जानने के लिए आपको प्रतिरोध मापन विधि में दक्ष होना चाहिए।

ओम का नियम : जब किसी चालक के ताप, दाब तथा आकार-प्रकार जैसी भौतिक अवस्थाओं में कोई परिवर्तन नहीं होता तो उसमें प्रवाहित धारा विभवान्तर के समानुपाती होती है।

1Ω से 100Ω के प्रतिरोधों को आप ओम के नियम पर आधारित विधियों द्वारा माप सकते हैं। आपने अपनी पिछली कक्षाओं में इस नियम के आधार पर प्रतिरोध का मापन अवश्य किया होगा। लेकिन अल्प मान के प्रतिरोध को मापने के लिए ये विधियाँ बहुत विश्वसनीय नहीं होती। ऐसी अवस्था में हमें वैकल्पिक विधियाँ खोजनी पड़ती हैं। कम प्रतिरोध को मापने के लिए हम प्रायः व्हीटस्टोन ब्रिज के सिद्धांत पर आधारित उपकरणों का उपयोग करते हैं।

इनमें पोस्ट आफिस बॉक्स, मीटर ब्रिज तथा कैरेफोस्टर ब्रिज आदि प्रमुख हैं। यह विधि क्यों श्रेयश्कर है? आप इस प्रश्न का उत्तर इस प्रयोग को करने के बाद दे सकेंगे। वास्तव में आपसे इस प्रयोग को करवाने के हमारे तीन मूल कारण हैं:

i) प्रतिरोध मापन संबंधी संकल्पनाओं (concepts) को सुदृढ करना

ii) भौतिकी प्रयोगशाला में विद्युत परिपथों में उपयोग में आने वाले उपकरणों से परिचित कराना तथा

iii) विद्युत उपकरणों के इस्तेमाल में आत्मविश्वास विकसित करना।

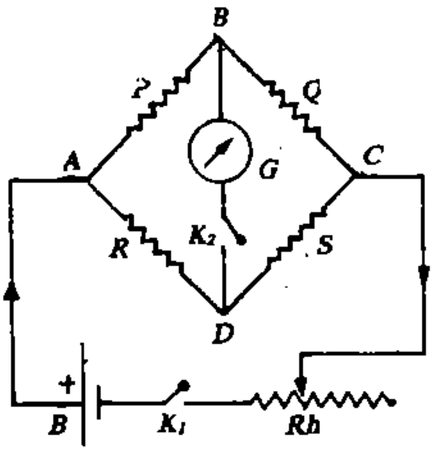
उद्देश्य

इस प्रयोग को करने के बाद आप

- परिपथ चित्र के आधार पर विद्युत संबंधन जोड़ सकेंगे
- शून्य विक्षेप विधि द्वारा प्रतिरोध मापन का कौशल प्राप्त कर सकेंगे
- विद्युत परिपथों में संस्पर्श प्रतिरोध (या ढ़ीले संबंधन) की भूमिका का महत्व समझ सकेंगे तथा
- अज्ञात अल्प प्रतिरोध का मान ज्ञात कर सकेंगे।

7.2 व्हीटस्टोन ब्रिज

व्हीटस्टोन ब्रिज परिपथ चित्र 7.1 में दिखाया गया है। इसमें P, Q, R तथा S क्रमशः भुजा AB, BC, AD तथा CD के प्रतिरोध हैं G बिन्दु B और बिन्दु D के बीच जुड़ा गैल्वैनोमीटर है। आप देखेंगे कि गैल्वैनोमीटर के सिरों पर धनात्मक या ऋणात्मक चिन्ह अंकित नहीं हैं तथा यह मापक्रम के मध्य में अंकित शून्य चिन्ह के दोनों ओर विक्षेपण दर्शाता है। जब B तथा D



चित्र 7.1 : व्हीटस्टोन ब्रिज का परिपथ चित्र

समान विभवान्तर पर होते हैं तब गैल्वैनोमीटर में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। इस स्थिति में गैल्वैनोमीटर में कोई प्रक्षेपण भी नहीं होता। तब हम कहते हैं कि ब्रिज संतुलित है। संतुलित ब्रिज के लिए निम्न प्रतिबंध लागू होता है:

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \tag{7.1}$$

इस समीकरण से यह स्पष्ट है कि यदि हमें तीन प्रतिरोध ज्ञात हों तो अज्ञात प्रतिरोध सरलतापूर्वक ज्ञात किया जा सकता है। अधिकतम सुग्राहिता (sensitivity) के लिए यह आवश्यक है कि चारों प्रतिरोध लगभग समान परिमाण कोटि के हों। इसका अर्थ यह हुआ कि यदि अज्ञात प्रतिरोध का परिमाण कम है तो बिज की सुग्राहिता के लिए बाकी तीनों प्रतिरोधों का परिमाण भी कम होना चाहिए।

भौतिकी प्रयोगशाला में इस्तेमाल होने वाले बहुत से उपकरण व्हीटस्टोन ब्रिज के सिद्धांत पर आधारित हैं। इनमें पोस्ट ऑफिस बॉक्स (post office box), सर्पण तार सेतु (जिसे मीटर ब्रिज भी कहते हैं), कैरे फोस्टर ब्रिज तथा विभवमापी (potentiometer) मुख्य हैं। आपको इस पाठ्यक्रम में कैरे फोस्टर ब्रिज तथा विभवमापी द्वारा कार्य करने का अवसर मिलेगा।

आओ अब कुछ क्षण रुक कर यह जानने का प्रयास करें कि अल्पमान के प्रतिरोध को मापने के लिए हम व्हीटस्टोन ब्रिज का ही क्यों उपयोग करते हैं? इसका मुख्य कारण यह है कि यह एक शून्य विक्षेप विधि है। इसका अर्थ यह है कि जब ब्रिज संतुलित होता है तो उसमें लगे संसूचक (गैल्वैनोमीटर) में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती। अर्थात् गैल्वैनोमीटर में कोई विक्षेप नहीं होता और सूचक शून्य पर स्थिर रहता है।

प्रगति जांच–1

निम्नलिखित कथनों के सामने सत्य या असत्य लिखिए।

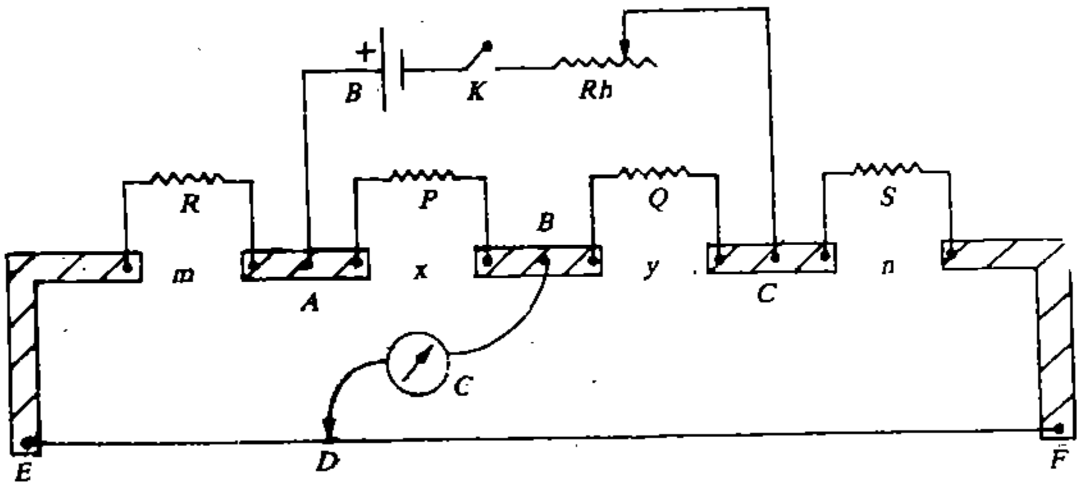
क) चित्र 7.1 में कुंजी K_1 सदैव परिपथ में लगी रहनी चाहिए। ....

ख) यदि हमें व्हीटस्टोन ब्रिज की किन्हीं तीन भुजाओं के प्रतिरोध ज्ञात हों तो हम चौथा प्रतिरोध ज्ञात कर सकते हैं चाहे ब्रिज संतुलित हो अथवा नहीं। ....

ग) अधिकतम सुग्राहिता के लिए P, Q, R तथा S लगभग समान परिमाण कोटि के होने चाहियें। ....

7.2.1 कैरे फोस्टर ब्रिज

कैरे फोस्टर ब्रिज व्हीटस्टोन ब्रिज के सिद्धांत पर कार्य करता है। कैरे फोस्टर ब्रिज तथा उसके वैद्युत संबंधन चित्र 7.2 में दिखाए गए हैं। एक मीटर लंबी प्रतिरोधक तार EF मीटर स्केल के साथ-साथ लगी हुई है जिसके दोनों छोरों को तांबे की पत्ती के साथ सोल्डर किया हुआ हैं। ब्रिज में लगी तांबे की पत्ती में चार अंतराल हैं। ज्ञात प्रतिरोधों P तथा Q को अंतस्थ अंतराल x तथा y में जोड़ा गया है। गैल्वैनोमीटर B तथा सर्पी कुंजी (जौकी) के सिरे D के बीच जुड़ा है। एक ज्ञात (मानक) प्रतिरोध R तथा अज्ञात प्रतिरोध S को क्रमशः बाह्य अंतराल m तथा n में जोड़ा गया है। सिरे A तथा C के बीच बैट्री, एक दिशिक कुंजी, तथा एक धारा नियंत्रक (rheostat) जुड़ा हुआ है।



चित्र 7.2 : कैरे फोस्टर ब्रिज

आप देखेंगे कि बिंदु D परिवर्ती है। यह E तथा F बिंदुओं के बीच कहीं भी हो सकता है। यह गैल्वैनोमीटर की शून्य विक्षेप स्थिति का द्योतक है। इसे ज्ञात करने के लिए सर्पी कुंजी को तार पर अलग-अलग स्थितियों में रखा जाता है।

हम जानते हैं कि EF एक समान व्यास की तार है। इसलिए हम मान सकते हैं कि इसका प्रति इकाई लम्बाई प्रतिरोध अचर होगा। मान लो इसका मान r है। यदि E तथा D बिंदुओं के बीच की दूरी l_1 है, तो इन बिंदुओं के बीच प्रतिरोध l_1r होगा। इसी प्रकार D तथा F

बिंदुओं के बीच का प्रतिरोध $(100-l_1)r$ होगा। यदि आप चित्र 7.2 की तुलना चित्र 7.1 से करें तो आप देखेंगे कि दोनों चित्रों में बिंदु A, B, C तथा D संगत हैं। अतः आप कह सकते हैं कि कैरे फोस्टर ब्रिज वास्तव में व्हीटस्टोन ब्रिज का ही दूसरा रूप है। AB, BC, AD तथा DC भुजाओं के प्रतिरोध ज्ञात करने के बाद आप इस समानता के इस्तेमाल द्वारा कैरे फोस्टर ब्रिज की संतुलन अवस्था को निम्न संबंध द्वारा अंकित कर सकते हैं।

$$\frac{P}{Q}=\frac{R+\alpha+l_1 r}{S+\beta+(100-l_1)r} \tag{7.2}$$

इस समीकरण में α तथा β क्रमशः बायें तथा दायें छोर की अंत्य-संशोधन (end correction) हैं।

अब आप R तथा S प्रतिरोधों को व्यतिहार (interchange) करें। अर्थात् प्रतिरोध S को अंतराल m में तथा प्रतिरोध R को अंतराल n में लगा दें। मान लीजिए कि ऐसे करने के बाद संतुलन बिंदु छोर E से l_2 दूरी पर प्राप्त होता है। आप देखेंगे कि अंतराल m तथा n में चाहे जो भी प्रतिरोध हों, E तथा F सिरों पर अंत्य-संशोधन अचर रहते हैं। अतः आप संतुलन अवस्था को निम्न संबंध द्वारा अंकित कर सकते हैं:

$$\frac{P}{Q} = \frac{S+l_2 r+\alpha}{R+(100-l_2)\,r+\beta} \tag{7.3}$$

समीकरण (7.2) तथा (7.3) से आपको P/Q के दो मान प्राप्त होते हैं। अतः

$$\frac{R+l_1 r+\alpha}{S+(100-l_1)\,r+\beta} = \frac{S+l_2 r+\alpha}{R+(100-l_2)\,r+\beta}$$

इस समीकरण को सरल करने के लिए आप दोनों ओर एक जोड़ दें। प्राप्त व्यंजक को हल करने पर आपको निम्नलिखित समीकरण प्राप्त होगा:

$$\frac{R+S+\alpha+\beta+100\,r}{S+\beta+(100-l_1)\,r} = \frac{R+S+\alpha+\beta+100\,r}{R+\beta+(100-l_2)\,r} \tag{7.4}$$

आप देखेंगे कि इस समीकरण में दोनों भिन्नों के अंश (numerator) समान हैं। इसलिए दोनों के हर भी बराबर होने चाहियें:

$$S+\beta+(100-l_1)\,r = R+\beta+(100-l_2)\,r$$

या

$$R-S=(l_2-l_1)\,r \tag{7.5}$$

अब आप जानना चाहेंगे कि समीकरण (7.5) अल्पमान प्रतिरोध को परिशुद्धता से ज्ञात करने में हमारी कैसे मदद करता है? इस समीकरण से पता चलता है कि किसी ज्ञात तथा अज्ञात प्रतिरोधों का अंतर दो स्थितियों में प्राप्त संतुलन बिंदुओं के मध्य ब्रिज के तार के प्रतिरोध के बराबर होना चाहिए। अतः यदि हम दो संतुलन बिंदुओं के बीच ब्रिज के तार की लंबाई तथा तार की प्रति एकक लंबाई का प्रतिरोध मालूम कर लें तो अज्ञात प्रतिरोध को आसानी से ज्ञात किया जा सकता है। अब आप यह जानना चाहेंगे कि क्या इस विधि की अनुप्रयोज्यता पर किसी प्रकार का प्रतिबंध है? हां, एक प्रतिबंध है। R तथा S प्रतिरोधों का अंतर ब्रिज के तार के प्रतिरोध से अधिक नहीं होना चाहिए। यदि यह शर्त पूरी नहीं होगी तो इस विधि का सफलतापूर्वक प्रयोग नहीं किया जा सकता।

प्रगति जांच 2

1. निम्नलिखित कथनों के सामने सत्य या असत्य लिखिए:

   क) संतुलन बिंदु D की स्थिति निर्धारण करने के लिए सर्पी कुंजी को आप ब्रिज के तार पर सरकाते हैं तथा विभिन्न बिंदुओं पर तब तक स्पर्श करते रहते हैं जब तक कि गैल्वैनोमीटर में विक्षेपण शून्य नहीं हो जाता। ....

   ख) ब्रिज का तार एक समान व्यास का हो या विसंगतियां विद्यमान हों इसका कोई प्रभाव नहीं पड़ता। ...., ...

ग) यदि ब्रिज की तार तांबे की पत्ती पर मजबूती से सोल्डर न की गई हो तो संस्पर्श प्रतिरोध अधिक होगा। ....

घ) जब व्हीटस्टोन ब्रिज की चारों भुजाओं में प्रतिरोध लगभग बराबर होते हैं तो यह अधिक सुग्राही होता है। ....

2. प्रश्न 1 (ख) के उत्तर की पुष्टि कीजिए।

....

....

किसी अज्ञात प्रतिरोध को ज्ञात करने की विधि का विवरण देने से पहले हम उन उपकरणों की सूची दे रहे हैं जिन्हें आप इस्तेमाल करेंगे।

उपकरण : कैरे फोस्टर ब्रिज, लगभग 2 Ω के दो प्रतिरोधक या 2 प्रतिरोध-बॉक्स, तांबे की मोटी पत्ती, मानक अल्प प्रतिरोधक (या भिन्नात्मक प्रतिरोध बॉक्स), एक बैट्री, एक दिशिक कुंजी, धारा नियंत्रक, सुग्राही गैल्वैनोमीटर, अज्ञात अल्प प्रतिरोध।

7.3 उपकरण समायोजन

1. कैरे फोस्टर ब्रिज को मेज पर इस प्रकार रखिए कि तांबे की पत्ती में बने अंतराल आपकी ओर न हों।
2. संबंधन-तारों के सिरों को रेगमाल से साफ कीजिए।
3. चित्र 7.2 से तुलना करके कैरे फोस्टर ब्रिज पर A, B, C तथा D बिंदुओं को अंकित कीजिए।
4. गैल्वैनोमीटर को B और सर्पण कुंजी के बीच जोड़ें।
5. प्रतिरोध कुंडलियों (या प्रतिरोध-बॉक्स) को अंतराल x तथा y में जोड़िए।
6. मानक प्रतिरोधक (या भिन्नात्मक प्रतिरोध-बॉक्स) तथा अज्ञात प्रतिरोधक को अंतराल m तथा n में जोड़िए।
7. बैट्री, एक दिशिक कुंजी तथा धारा-नियंत्रक को A तथा C के बीच जोड़िए। धारा-नियंत्रक को परिपथ में जोड़ने के लिए आपको उसका एक नीचे वाला तथा एक ऊपर का टर्मिनल इस्तेमाल करना चाहिए।
8. अब यह देखिए कि सभी संबंधन अच्छी तरह कसे हुए हैं।
9. धारा नियंत्रक के स्लाइडर को बैट्री से जुड़े सिरे की ओर खिसकाइए।
10. यदि आप प्रतिरोध-बॉक्स इस्तेमाल कर रहे हैं तो अंतराल x तथा y में लगे प्रतिरोध-बॉक्सों में से 2Ω के प्रतिरोध निकालिए।
11. यदि आपने भिन्नात्मक प्रतिरोध-बॉक्स इस्तेमाल किये हैं तो उसमें से 0.1Ω का प्रतिरोध निकालिए।
12. अब बैट्री के परिपथ में लगी एकदिशिक कुंजी से परिपथ पूर्ण करें तथा सर्पण कुंजी को E सिरे के निकट लाकर तार पर रखें। आप देखेंगे कि गैल्वैनोमीटर में विक्षेपण शून्य चिन्ह के बाईं ओर होता है। अब सर्पण कुंजी को F सिरे के करीब लायें तथा तार पर पुनः स्पर्श करें। ऐसा करने पर गैल्वैनोमीटर में विक्षेपण शून्य चिन्ह के दाईं ओर होना चाहिए। जब आप यह स्थिति प्राप्त कर लें तो आप यह कह सकते हैं कि परिपथ सुचारू रूप से कार्य कर रहा है। यदि गैल्वैनोमीटर दोनों ओर विक्षेपण अंकित न करे तो आपको संबंधनों की पुनः जांच करनी चाहिए। इसके लिए उपर्युक्त विधि को फिर से दोहरायें। यदि आपको इस प्रयास में सफलता मिल जाए तो ठीक है अन्यथा आप तुरन्त अपने परामर्शदाता की सहायता लें। जब आप पूरी तरह से आश्वस्त हो जायें तभी आपको प्रेक्षण शुरू करने चाहियें।

7.4 कार्य-विधि

इस प्रयोग को आप दो भागों में करेंगे। पहले भाग में आपको r का मान ज्ञात करना है जो कि ब्रिज के तार की प्रति एकक लम्बाई का प्रतिरोध है। दूसरे भाग में आप l_1 तथा l_2 माप कर अज्ञात प्रतिरोध का मान निकालेंगे।

7.4.1 तार की प्रति इकाई लंबाई का प्रतिरोध

1. एक भिन्नात्मक प्रतिरोध-बॉक्स (या मानक प्रतिरोध कुंडली) दायें अंतराल n में जोड़िए तथा ताँबे की मोटी पट्टी बाईं ओर के अंतराल m में जोड़िए। (यदि भिन्नात्मक प्रतिरोध-बॉक्स इस्तेमाल किया हो तो उसमें से 0.1Ω का प्रतिरोध निकालिए।) मान लीजिए कि यह $R\ \Omega$ है।
2. सर्पी कुंजी (जौकी) को तार के विभिन्न बिन्दुओं पर रखें और शून्य विक्षेप बिंदु ज्ञात करें। (शून्य विक्षेप बिंदु पर गैल्वैनोमीटर की सुई बिल्कुल भी नहीं हिलनी चाहिए।)
3. शून्य विक्षेप बिंदु की स्थिति ब्रिज पर लगे मीटर पैमाने की सहायता से पढ़ें और उसके मान को प्रेक्षण सारणी 7.1 में लिख लें। मान लो कि यह l_1' है।

प्रेक्षण सारणी 7.1: कैरे फोस्टर ब्रिज के तार की प्रति इकाई लंबाई का प्रतिरोध

क्र.सं.	ज्ञात (भिन्नात्मक) प्रतिरोध R (Ω)	संतुलन लंबाई जब R		$l_2' - l_1'$	$r = \dfrac{R}{l_2' - l_1'}$
		n में है l_1' (cm)	m में है l_2' (cm)	(cm)	($\Omega\ cm^{-1}$)

r का औसत मान = ... $\Omega\ cm^{-1}$

4. अब तांबे की पत्ती तथा भिन्नात्मक प्रतिरोध-बॉक्स (मानक प्रतिरोध कुंडली) को अदल-बदल दीजिए और शून्य विक्षेप बिंदु पुनः ज्ञात कीजिए। अपने पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 7.1 में लिखिए। मान लीजिए की यह l_2' है। आप तार की इकाई

   लंबाई का प्रतिरोध $r = \dfrac{R}{l_2' - l_1'}$ व्यंजक की सहायता से ज्ञात कर सकते हैं।

5. इस विधि को भिन्नात्मक प्रतिरोध-बॉक्स में से अलग-अलग प्रतिरोध निकालकर कम से कम चार बार दोहरायें (आप चार अलग-अलग मानक प्रतिरोध कुंडलियाँ भी इस्तेमाल कर सकते हैं।) r का औसत मान ज्ञात कीजिए।

परिणाम : r का औसत मान = ... $\Omega\ cm^{-1}$

बोध प्रश्न 1

क्या आप प्रेक्षण सारणी 7.1 में अंकित प्रेक्षणों से आरेख द्वारा r का मान ज्ञात कर सकते हैं? यदि हां, तो यह आरेख खींचिए। यदि नहीं, तो क्यों नहीं? यदि आपने आरेख खींचा है तो प्राप्त

वक्र किस आकृति का है? आरेख द्वारा ज्ञात किए गए मान तथा भाग 7.4.1 में निकाले मान की तुलना कीजिए। क्या समीकरण (7.5) से आरेख की आकृति के बारे में कुछ पता चलता है?

....

....

....

....

7.4.2 अज्ञात प्रतिरोध मापन

1. तांबे की पत्ती को हटाइए तथा एक बाह्य अंतराल में अज्ञात प्रतिरोध को जोड़िए।
2. उपभाग 7.4.1 में दी गई विधि को क्रमवार दोहराइए। अपनी प्रेक्षण सारणी स्वयं बनाकर पाठ्यांकों को उसमें लिखिए। समीकरण (7.5) की सहायता से R का मान ज्ञात कीजिए।

आप देखेंगे कि यदि ज्ञात तथा अज्ञात प्रतिरोधों के मानों में अंतर ब्रिज के तार के प्रतिरोध से अधिक है तो आपको शून्य विक्षेप बिंदु प्राप्त नहीं होगा। यदि ऐसी स्थिति हो तो आप मानक ज्ञात प्रतिरोध को बदल दें। यह भी हो सकता है कि l_1 तथा l_2 ज्ञात करते समय गैल्वैनोमीटर का सूचक एक से अधिक बिंदुओं पर शून्य विक्षेपण दर्शित करे। यह ब्रिज की निम्न सुग्राहिता का द्योतक है।

प्रेक्षण सारणी 7.2 : अज्ञात प्रतिरोध मापन

R का औसत मान = ... Ω

क्या आपको R का मान हर स्थिति में एक समान प्राप्त होता है?

परिणाम

कैरे फोस्टर ब्रिज द्वारा ज्ञात किए गए अल्प प्रतिरोध का मान = ... Ω

बोध प्रश्न 2

मान लीजिए कि मानक प्रतिरोधों पर अंकित मान ठीक नहीं हैं। इससे आपके परिणाम में किस प्रकार की त्रुटियाँ आ सकती हैं?

....

....

....

बोध प्रश्न 3

मान लीजिए ब्रिज के तार का कुल प्रतिरोध 0.2Ω है। आपके पास 0.3Ω तथा 0.4Ω की दो मानक प्रतिरोध कुंडलियाँ हैं। यदि आपसे कहा जाए कि इन दो कुंडलियों की सहायता से एक अज्ञात प्रतिरोध बनाकर उस का मान ज्ञात करना है तो आप क्या करेंगे?

....

....

....

....

7.5 शब्दावली

अनुप्रयुक्तियाँ	appliances
अंत्य-संशोधन	end correction
एक दिशिक कुंजी	one-way key
धारा नियंत्रक	rheostat
प्रतिरोध कुण्डली	resistance coil
भिन्नात्मक प्रतिरोध बॉक्स	fractional resistance box
व्यतिहार	interchange
विभवमापी	potentiometer
विद्युत संचरण	power transmission
सुग्राहिता	sensitivity
संकल्पना	concept
संबन्धन	connection
संस्पर्श प्रतिरोध	contact resistance

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड .... नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण नं. ....

प्रयोग 8 तापमान के साथ ताप विद्युतवाहक बल का परिवर्तन

इकाई की रूपरेखा

8.1 प्रस्तावना

आप सभी ऊर्जा संरक्षण के नियम से तो अवश्य परिचित होंगे। ऊर्जा संरक्षण का अर्थ यह है कि ऊर्जा को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है। ऊर्जा का केवल एक रूप से दूसरे में परिवर्तन होता है। उदाहरणार्थ विद्युत सेल में रासायनिक ऊर्जा वैद्युत ऊर्जा में परिवर्तित होती है और वैद्युत हीटर में वैद्युत ऊर्जा तापीय ऊर्जा में परिवर्तित होती है। क्या तापीय ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में परिवर्तित करना संभव है? हाँ। सन् 1821 में, टी.जे. सीबैक (T.J. Seeback) ने देखा कि यदि तांबे और लोहे जैसी दो भिन्न-भिन्न धातुओं के तारों को एक साथ जोड़कर कोई बंद लूप बना लिया जाए तथा दोनों संधियों को भिन्न तापमान पर रखा जाए तो बंद लूप में विद्युत धारा प्रवाहित होने लगती है। इस घटना को **ताप वैद्युत प्रभाव (thermoelectric effect)** अथवा **सीबेक प्रभाव (seeback effect)** कहते हैं

परिपथ में उपयोग की गई दोनों धातुओं को **तापीययुग्म (thermocouple)** कहते हैं। धारा के प्रवाह से यह स्पष्ट है कि परिपथ में विद्युतवाहक बल कार्य कर रहा है। इस विद्युतवाहक बल (वि.वा.ब.) को **ताप विद्युतवाहक बल (thermoelectric e.m.f.)** कहते हैं तथा इस प्रकार उत्पन्न विद्युत धारा को **तापीय वैद्युत धारा (thermoelectric current)** कहते हैं। धारा की दिशा और ताप विद्युतवाहक बल का मान प्रयुक्त तारों की धातु तथा दोनों संधियों के तापान्तर पर निर्भर करता है।

किसी धातु तापीययुग्म द्वारा ऊष्मा का विद्युत में रूपांतरण अधिक दक्ष (efficient) प्रक्रिया नहीं है क्योंकि इस विधि द्वारा उत्पन्न वि.वा.ब. का मान बहुत ही कम होता है। किन्तु इस रूपांतरण की दक्षता को उपलब्ध मिश्रधातु एवं अर्द्धचालकों से बने उत्तम तापीय युग्मों को इस्तेमाल करने पर बढ़ाया जा सकता है। इस प्रकार के तापीययुग्म अपनी विश्वसनीयता (reliability), कम कीमत (low cost) तथा काफी समय तक चलने की क्षमता रखने के कारण अंतरिक्ष उपग्रहं तथा मौसम जलयानों (weather ships) में पावर सप्लाई इकाईयों के रूप में प्रयुक्त होते हैं। तापीययुग्म परिवर्तनशील (varying) तापमान को मापने के लिए थर्मामीटर (तापमापी) के रूप में भी इस्तेमाल किए जाते हैं।

इस प्रयोग में आप यह सीखेंगे कि तापीययुग्म को थर्मामीटर के रूप में किस प्रकार इस्तेमाल किया जाता है। दूसरे शब्दों में,आप यह खोज करेंगे कि ताप विद्युतवाहक बल तापमान के साथ किस प्रकार परिवर्तित होता है।

उद्देश्य

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप:

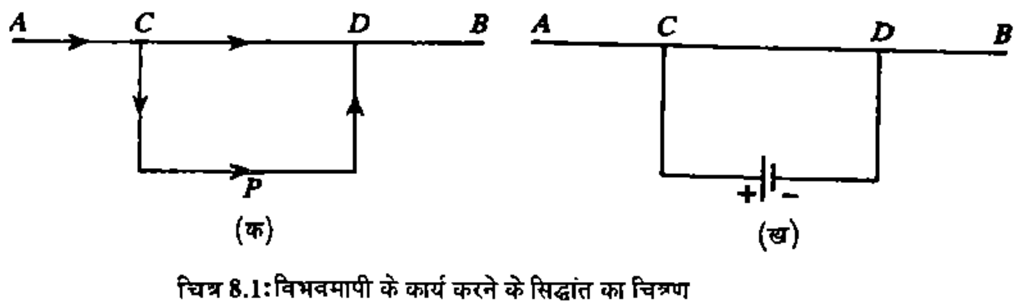
- समझ सकेंगे कि कुछ विशेष व्यवस्था के बाद विभवमापी द्वारा मिलीवोल्ट क्रम का विभवान्तर मापा जा सकता है
- तापीययुग्म की रचना कर सकेंगे
- ताप विद्युतवाहक बल को मापने के लिए आवश्यक प्रयोगात्मक व्यवस्था कर सकेंगे
- ताप विद्युतवाहक बल और तापमान के बीच ग्राफ खींच सकेंगे।

8.2 विभवमापी

आपको यह ज्ञात होगा कि किसी सेल का वि.वा.ब. (e.m.f.) अथवा किसी विद्युत परिपथ के किन्हीं दो बिंदुओं के बीच विभवान्तर को मापने के लिए विभवमापी यथार्थ उपकरण है। आपकी सुविधा के लिए आइए देखें कि विभवमापी कैसे कार्य करता है।

यह एक ऐसा उपकरण है जिसकी सहायता से अज्ञात वि.वा.ब. अथवा विभवान्तर को किसी परिवर्ती ज्ञात विभवान्तर से तुलना करने पर मालूम किया जा सकता है। यह उच्च प्रतिरोध (मैंगनिन अथवा कान्स्टेन्टन) का एक लम्बा तार होता है जो समान भागों वाले पैमाने पर तनित होता है। तार के दोनों सिरे किसी संचायक सेल से जुड़े होते हैं जिससे कि तार के सिरों के बीच अपरिवर्ती (steady) वि.वा.ब. बना रहे। संचायक सेल का वि.वा.ब. सर्वदा मापे जाने वाले वि.वा.ब. अथवा विभवान्तर से अधिक होता है। यदि विभवमापी परिपथ में अधिक वि.वा.ब. का सेल नहीं होगा तो विभवमापी के तार के सिरों के बीच स्थित विभवान्तर मापे जाने वाले विभवान्तर से कम होगा। जिसके फलस्वरूप "शून्य विक्षेप स्थिति" (null point) प्राप्त नहीं होगी। तार की प्रति इकाई लम्बाई में उत्पन्न विभवान्तर को **विभव प्रवणता (potential gradient)** कहते हैं और इसकी गणना संचायक सेल के वि.वा.ब. को तार की कुल लम्बाई से विभाजित करके की जा सकती है।

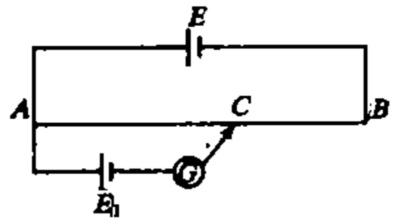
विभवमापी के कार्य करने के सिद्धांत को समझने के लिए चित्र 8.1 (क) देखें। मान लीजिए, बिंदु A और B के बीच विभवान्तर के कारण चालक $A\ B$ में विद्युत धारा का प्रवाह हो रहा है, जहाँ A उच्च विभव वाला बिंदु है। यदि चालक के सिरों के बीच किन्हीं दो बिंदुओं C तथा D से कोई शाखा चालक CPD को चालक $A\ B$ से जोड़ दिया जाए तो $A\ C$ में प्रवाहित धारा C बिंदु पर दो भागों में बँट जाएगी। एक भाग $C\ D$ में तथा दूसरा भाग CPD में प्रवाहित होगी। C और D के बीच की दूरी जितनी अधिक होगी विभवान्तर उतना ही अधिक होगा जो कि धारा को शाखा चालक में प्रवाहित होने के लिए प्रेरित करेगा। मान लो कि किसी अपरिवर्ती वि.वा.ब. के सेल को शाखा CPD में लगाया गया है, जैसा कि चित्र 8.1 (ख) में दिखाया गया है। मान लो कि सेल का धन ध्रुव P है। चूंकि P का विभव N की तुलना में अधिक है इसलिए शाखा चालक में, P और N के बीच विभवान्तर के कारण, प्रवाहित धारा की दिशा PCD होगी। यदि P और N के बीच का विभवान्तर C और D के विभवान्तर से कम है तो शाखा चालक में धारा CPD दिशा की ओर प्रवाहित होगी। जब P और N के बीच का विभवान्तर C और D के विभवान्तर से अधिक है तो धारा विपरीत



चित्र 8.1: विभवमापी के कार्य करने के सिद्धांत का चित्रण

दिशा अर्थात् PCD की ओर प्रवाहित होगी। परन्तु यदि शाखा CPD में धारा प्रवा. 'त न हो रही हो तो धारा के CPD दिशा में प्रवाहित होने की प्रवृत्ति धारा के विपरीत अर्थात् PCD दिशा में प्रवाहित होने की प्रवृत्ति द्वारा निष्क्रिय हो जाती है। इसका अर्थ यह हुआ कि C और D के बीच का विभवान्तर जो कि धारा को CPD दिशा में प्रवाहित करने के लिए प्रेरित करता है, P और N के बीच के विभवान्तर, जो धारा को विपरीत दिशा में प्रवाहित करने के लिए प्रेरित करता है, से संतुलित (अथवा बराबर) हो जाता है। शाखा चालक में धारा की अनुपस्थिति को शाखा में लगे हुए धारामापी (galvanometer) द्वारा दिखाया जा सकता है।

मान लीजिए आपको किसी सेल E_1 का वि.वा.ब. विभवमापी द्वारा मापने के लिए कहा गया है। इसके लिए एक समान प्रतिरोध के L लम्बाई के तार के समान्तर क्रम में उच्च वि.वा.ब. e वाला एक सेल E लगाइये, जैसा कि चित्र 8.2 में दिखाया गया है। तब तार में उत्पन्न



चित्र 8.2: विभवमापी द्वारा किसी सेल के वि.वा.ब. को ज्ञात करने के सिद्धातं का चित्रण

विभव प्रवणता का मान e/L होगा। मान लीजिए सेल E_1 के वि.वा.ब. का मान e_1 है तो इसे तार की किसी भी लम्बाई $A\ C$ के सिरों के बीच विभवान्तर के साथ संतुलित अर्थात् बराबर किया जा सकता है। इसके संतुलन के लिए E_1 सेल को धारामापी के साथ इस प्रकार जोड़ा जाता है कि दोनों सेलों के धनात्मक सिरे एक उभयनिष्ठ बिंदु A पर मिलें तथा सेल E_1 का ऋणात्मक सिरा तार AB के परिवर्तनीय बिंदु C से जुड़ा हो। (यह बिन्दु तार के किसी भी स्थान पर हो सकता है) दोनों विद्युत धाराएँ—एक सेल E_1 के कारण तथा दूसरो A और C बिंदुओं के बीच विभवान्तर के कारण धारामापी में विपरीत दिशा में प्रवाहित होती हैं। ऐसी स्थिति में जब धारामापी में धारा प्रवाहित नहीं होती है, अर्थात् शून्य विक्षेप स्थिति में सेल E_1 का वि.वा.ब. विभवमापी के तार AC भाग (जिसकी लंबाई l है) के सिरों के बीच विभवान्तर के बराबर होगा।

$\therefore$ सेल E_1 का वि.वा.ब. $=$ विभव प्रवणता $\times$ AC की लंबाई

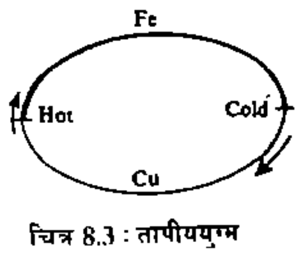
अथवा

$$e_1 = \frac{e}{L}\ l = k\, l \qquad (8.1)$$

यहाँ k तार की विभव प्रवणता है।

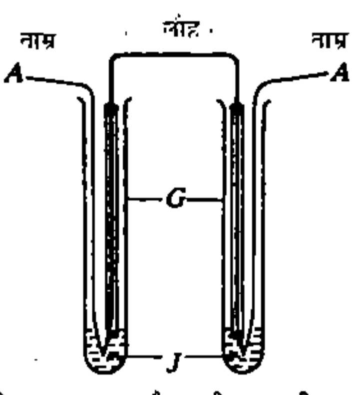
8.3 तापीययुग्म की रचना

जब दो भिन्न धातुओं के तारों के सिरों को ऐंठ (twisting) अथवा वेल्ड (welding) कर बंद परिपथ बना लेते हैं तथा किसी एक संधि को गर्म करते हैं तो परिपथ में धारा प्रवाहित होने लगती है जैसा कि चित्र 8.3 में दिखाया गया है। धातुओं के इस प्रकार के युग्म को तापीययुग्म कहते हैं। भौतिकी प्रयोगशाला में आपको प्रायः तापीययुग्म मिल जाता है। परन्तु यदि आपको एक तापीययुग्म बनाने के लिए कहा जाए तो चिंता की कोई बात नहीं। आप किन्हीं भी दो भिन्न धातुओं के तारों की सहायता से एक तापीययुग्म को सरलता से बना सकते हैं। किन दो भिन्न धातुओं के तार आप लेंगें? प्रयोगशाला में आपको बहुत से संयोजक तार मिल जायेंगे जो कि तांबे के होते हैं। सोनोमीटर में प्रयुक्त तार लोहे का बना होता है। अतः आप तांबे और लोहे के तारों को इस्तेमाल करके निम्नलिखित विधि द्वारा तापीययुग्म बना सकते हैं।



चित्र 8.3 : तापीययुग्म

काँच की पतली नलिका G में से लोहे के तार के एक सिरे को नीचे तक ले जाइए और इसे J पर तांबे के तार AJ से जोड़िए जैसा कि चित्र 8.4 में दिखाया गया है। इससे यह निश्चित हो



चित्र 8.4 ताम्र-लौह तापीययुग्म की रचना

जाएगा कि तार केवल संधि पर ही जुड़े हैं। J बिंदु पर ठीक तरह से संधि हो इसे सुनिश्चित करने के लिए नलिका को तार सहित ऐसी परखनली में रखिए जिसमें थोड़ा पारा हो ताकि संधि J पारे में डूबी रहे। लोहे के तार के दूसरे सिरे को भी कांच की नलिका G में से नीचे तक ले जाकर लोहे और तांबे की दूसरी संधि तैयार कीजिए। प्रयोग करते समय एक संधि को बीकर में रखे बर्फ में रखिए और दूसरी को बीकर में रखे पानी में, जिसे भिन्न तापमानों पर गर्म किया जा सके।

8.4 तापीययुग्म के ताप विद्युतवाहक बल का मापन एवं तापमान के साथ उसका परिवर्तन

ताप विद्युतवाहक बल का मान आम तौर पर बहुत कम अर्थात् कुछ मिलीवोल्ट के क्रम का होता है तथा इसे विभवमापी की सहायता से सामान्य विधि द्वारा नहीं मापा जा सकता है। किन्तु विभवमापी में कुछ विशेष व्यवस्था कर ताप विद्युतवाहक बल को सामान्य विधि द्वारा मापा जा सकता है। यह विशेष व्यवस्था ऐसी होती है जिससे विभवमापी के तार पर माइक्रोवोल्ट के क्रम की विभव प्रवणता उत्पन्न हो जाती है। इस प्रयोग को करने के लिए निम्नलिखित उपकरण की आवश्यकता होगी।

उपकरण : विभवमापी, अपरिवर्ती वि.वा.ब. की बैटरी, प्रमाणिक कैडमियम सेल, एक धारा नियंत्रक, एक प्रतिरोध बॉक्स, 15,000 ओम का उच्च प्रतिरोध, धारामापी, ताम्र-लौह, (Cu — Fe) तापीययुग्म, दो एकमार्गी कुंजी, एक द्विमार्गी कुंजी, थर्मामीटर, बर्फ, बीकर, तिपाई, गेज, बुन्सेन बर्नर, मल्टीमीटर और संयोजक तार।

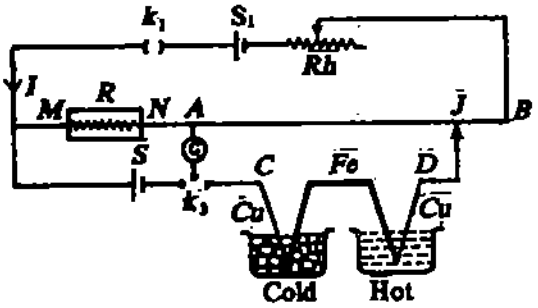
बोध प्रश्न 1

तापीययुग्म में उत्पन्न ताप विद्युतवाहक बल का मान क्या आप वोल्टमीटर की सहायता से पढ़ सकते हैं?

ताप विद्युतवाहक बल को मापने के लिए चित्र 8.5 के अनुसार एक परिपथ बनाइए। उच्च प्रतिरोध R (1000 ओम के क्रम का) को विभवमापी के तार AB के साथ श्रेणी क्रम में जोड़िए तथा फिर इस संयोजन को अपरिवर्ती वि.वा.ब. की बैटरी S_1 तथा धारा नियंत्रक Rh के साथ जोड़िए। R तथा विभवमापी तार के संयोजन में विद्युत धारा M पर प्रवेश करती है और B से बाहर निकलती है। मान लो धारा I बैटरी S_1 से प्रवाहित होती है। अब प्रमाणिक केडमियम सेल S के धनात्मक टर्मिनल को प्रतिरोध R के उच्च विभव वाले टर्मिनल M से जोड़िए। Cu-Fe तापीययुग्म के कम विभव के बिंदु D को जॉकी (Jockey) से संबंधित

किया जाता है जिससे कि तापीययुग्म की गर्म संधि जाँकी की ओर रहे। प्रमाणिक केडमियम मेल का ऋणात्मक ध्रुव और तापीययुग्म का उच्च विभव वाला टर्मिनल बिंदु C द्विमार्गी कुंजी, K_3 के दो समान टर्मिनलों से जोड़े जाते हैं। द्विमार्गी कुंजी का तीसरा टर्मिनल गैल्वेनोमीटर G के एक टर्मिनल से जोड़ा जाता है। गैल्वेनोमीटर का दूसरा सिरा प्रतिरोध के कम विभव वाले बिंदु N से जोड़ा जाता है। अब यदि प्रमाणिक सेल परिपथ को द्विमार्गी कुंजी के द्वारा बंद कर एकमार्गी कुंजी के बंद करने के पश्चात् धारा नियंत्रक Rh को इस प्रकार समायोजित करें कि गैल्वेनोमीटर में कोई विक्षेप न हो तब प्रतिरोध R के बीच का विभवान्तर प्रमाणिक केडमियम सेल के वि.वा.ब. द्वारा संतुलित हो जाएगा। अर्थात्

$$E = IR \tag{8.2}$$



चित्र 8.5: तापीय वि.वा.ब. को मापने के लिए प्रयोगात्मक व्यवस्था

अब प्रमाणिक सेल परिपथ को टूटने दीजिए और तापीययुग्म की संधि को गैल्वेनोमीटर के साथ जोड़िए। यदि विभवमापी के तार पर शून्य विक्षेप स्थिति J हो तो ताम्र-लौह के तापीययुग्म का तापीय वि.वा.ब. A और J के बीच के विभवान्तर के बराबर होगा। यदि तापीय वि.वा.ब. e हो तथा तार के A और J भाग का प्रतिरोध R हो तब

$$e = Ir$$

अथवा $$e = I\rho l \tag{8.3}$$

यहाँ ρ विभवमापी तार का प्रति इकाई लम्बाई का प्रतिरोध है और l बिंदुओं A तथा J के बीच की लम्बाई है। समीकरण (8.2) तथा (8.3) का इस्तेमाल करके आप लिख सकते हैं कि

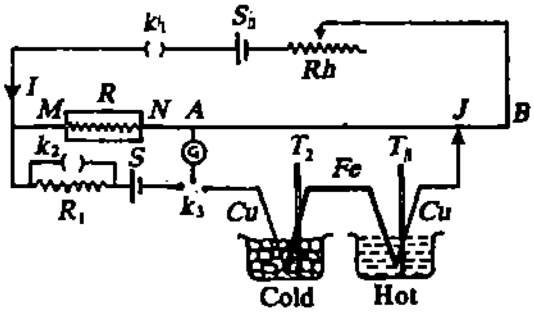
$$e = \frac{\rho E}{R}\, l \tag{8.4}$$

यदि हम (i) प्रमाणिक सेल का वि.वा.ब., (ii) विभवमापी के तार के प्रति इकाई लम्बाई का प्रतिरोध, (iii) प्रमाणिक सेल के साथ शून्य विक्षेप स्थिति उत्पन्न करने के लिए प्रतिरोध बॉक्स से आवश्यक उच्च प्रतिरोध का मान, और (iv) तापीययुग्म के साथ शून्य विक्षेप स्थिति पर विभवमापी के तार की लम्बाई को ज्ञात कर लें तो समीकरण (8.4) की सहायता से हम तापीय वि.वा.ब. को निर्धारित कर सकते हैं। यदि तापीययुग्म की गर्म संधि के तापमान में परिवर्तन कर दिया जाए तो तापीय वि.वा.ब. भी बदल जाता है। गर्म संधि के भिन्न-भिन्न तापमानों (T) पर तापीय वि.वा.ब. को मापने पर आप e तथा T के बीच ग्राफ खींच सकते हैं। अतः तापमान के साथ तापीय वि.वा.ब. के परिवर्तन को निम्नलिखित कार्यविधि द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

8.4.1 कार्य विधि

1. विभवमापी तार की लंबाई और उसके प्रतिरोध को मापने के लिए क्रमशः मीटर पैमाने और मल्टीमीटर का इस्तेमाल कीजिए। तार की प्रति इकाई लम्बाई के प्रतिरोध (ρ) की गणना कीजिए। इसे प्रेक्षण तालिका 8.1 में लिखिए।

2. ऊपर उल्लेख की गई विधि द्वारा तथा चित्र 8.6 के अनुसार विद्युत परिपथ की रचना कीजिए संयोजक तारों के सिरे साफ और संबंधन कसे हुए होने चाहिए।



चित्र 8.6: तापमान के साथ तापीय वि.वा.ब. के परिवर्तन के अध्ययन के लिए परिपथ

यहाँ प्रमाणिक कैडमियम सेल S का धनात्मक सिरा लगभग 15000 ओम के उच्च प्रतिरोध R_1 के द्वारा प्रतिरोध बॉक्स के उच्च विभव वाले टर्मिनल M से संबंधित होता है। ऐसा प्रमाणिक सेल को सुरक्षित करने के लिए किया जाता है क्योंकि ऐसा करने से सेल से अधिक धारा नहीं प्रवाहित की जा सकती है। प्लग कुंजी K_2 को R_1 के दोनों सिरों के समांतर क्रम में जोड़ दीजिए।

बोध प्रश्न 2

तापीय वि.वा.ब. मापते समय क्या प्रतिरोध R_1 संतुलन की अवस्था को प्रभावित करता है?

....
....
....
....
....

3. यह जाँच करने के लिए कि तापीय वि.वा.ब. तापमान के साथ किस प्रकार परिवर्तित होता है आपको तापीययुग्म की एक संधि को स्थिर तापमान पर रखना होगा तथा दूसरी संधि को भिन्न ताप पर गर्म करना होगा। तापीययुग्म की एक संधि को बीकर में रखे हुए बर्फ के टुकड़ों में डालिए। इसका तापमान 0°C (ठंडा) होता है। दूसरी संधि को पानी से भरे हुए बीकर में रखिए। जब बीकर को बर्नर (ज्वालक) पर गर्म किया जाता है तो सेल में डूबी हुई तापीययुग्म की संधि भिन्न-भिन्न तापों पर गर्म हो जाती है (गर्म)। बीकर में रखे पानी में सुग्राही थर्मामीटर को डालिए। **यह ध्यान रखें कि थर्मामीटर का बल्ब गर्म संधि के बहुत निकट हो।**

4. यदि ताम्र-लौह तापीययुग्म की ठंडी संधि 0°C पर हो और गर्म संधि 100°C पर हो तो उत्पन्न तापीय वि.वा.ब. लगभग 1300 माइक्रोवोल्ट होगा। इसके मापन के लिए विभवमापी के A और B बिंदुओं के बीच 1000 मिलीवोल्ट का विभवान्तर उत्पन्न करना होगा। दूसरे शब्दों में, तार में प्रति सेंटीमीटर 1 मिलीवोल्ट का विभवान्तर उत्पन्न करना होगा। इसके लिए बॉक्स R में उपयुक्त प्रतिरोध रखना पड़ता है जिससे कि तार का प्रति सेंटीमीटर विभवान्तर $1\mu V$ हो। बॉक्स R में प्रतिरोध को लगभग 1000 ओम या 1018.3 ओम तक समायोजित कीजिए। इसे प्रेक्षण तालिका 8.1 में लिखिए। गैल्वेनोमीटर को शंट कीजिए। K_1 को बंद कर दीजिए और K_2 को खोल कर रखिए और फिर कुंजी K_3 को बंद करके प्रमाणिक सेल के ऋणात्मक टर्मिनल को गैल्वेनोमीटर से संबंधित कीजिए। धारा नियंत्रक Rh को तब तक समायोजित कीजिए जब तक गैल्वेनोमीटर में कोई विक्षेप न हो। इसके बाद गैल्वेनोमीटर से शंट को हटाइये, K_2 को बंद कर दीजिए और धारा नियंत्रक को तब तक समायोजित कीजिए जब तक गैल्वेनोमीटर में कोई विक्षेप न हो। यह प्रमाणिक सेल के वि.वा.ब. को R के सिरों के बीच के विभवान्तर से संतुलित (balance) करता है। इसका अर्थ यह है कि R के सिरों के बीच का विभवान्तर प्रमाणिक सेल के वि.वा.ब. के समान होता है। आपको ज्ञात है कि प्रमाणिक सेल का वि.वा.ब. 1.0183 वोल्ट होता है। इसलिए R में

प्रवाहित धारा एक 1mA होगी (धारा $= \frac{1.0183 \text{ वोल्ट}}{1.0183 \text{ ओम}} = 1$ mA)। इसका अर्थ हुआ कि विभवमापी तार में प्रवाहित धारा भी 1 mA है (R और विभवमापी तार के श्रेणी क्रम में होने के कारण)। यदि विभवमापी तार का प्रतिरोध 1 ओम हो तो तार के सिरों के बीच का विभवान्तर 1 mV होगा चूंकि तार में प्रवाहित धारा 1 mA है। क्योंकि पैमाने पर 1000 भाग है, इसलिए जैसे कि अपेक्षा की जाती है, विभव प्रवणता 1 माइक्रोवोल्ट के बराबर होगी।

बोध प्रश्न 3

प्रयोग करते समय गैल्वेनोमीटर को शन्ट किया जाता है। परन्तु शून्य विक्षेप की सही स्थिति निर्धारण के समय इसे (शन्ट को) गैल्वेनोमीटर से हटा लिया जाता है। ऐसा क्यों होता है?

....

....

....

5. जाँच कीजिए कि क्या तापीययुग्म का धनात्मक सिरा विभवमापी तार के सिरे A से जुड़ा है। ऐसा करने के लिए $R = 0$ कीजिए तथा जॉकी को तार के आरंभिक सिरे से स्पर्श कीजिए और गैल्वेनोमीटर के विक्षेप को ध्यान से देखिए। अब आप जॉकी को तार के अंतिम सिरे से सम्पर्क कीजिए। यदि विक्षेप पहले से विपरीत दिशा में हो तो तापीययुग्म का धनात्मक सिरा विभवमापी तार के A सिरे से जुड़ा हुआ है। यदि विक्षेप विपरीत नहीं है तो तापीययुग्म के संबंधन को उल्टा कर दीजिए अर्थात् जॉकी से जुड़े हुए टर्मिनल को अब A से जोड़ दीजिए। तत्पश्चात् प्रतिरोध बाक्स R में प्रतिरोध रखिए जैसा कि प्रक्रिया (4) में रखा गया था तथा अब प्रेक्षण लेना आरंभ कीजिए।

बोध प्रश्न 4

ताम्र-लौह के तापीययुग्म में धारा की दिशा क्या है?

....

....

6. अभी पानी में डूबी हुई गर्म सन्धि का तापमान कमरे के तापमान के बराबर है। इस तापमान को नोट कीजिए और प्रेक्षण तालिका 8.1 में लिखिए। चूंकि तापीययुग्म की एक संधि 0°C पर है और दूसरी कमरे के तापमान पर है इसलिए तापीय वि.वा.ब. उत्पन्न हो जाएगा। यदि आपको विभवमापी तार की लम्बाई l ज्ञात हो जाये जिसके सिरों के बीच का विभवान्तर तापीय वि.वा.ब. को पूर्ण रूप से संतुलित कर देता हो तो आप समीकरण (8.4) की सहायता से कमरे के तापमान पर तापीय वि.वा.ब. का परिकलन सरलता से कर सकते हैं। इसके लिए K_2 को खोलिए और गैल्वेनोमीटर को फिर से शंट कर दीजिए। द्विमार्गी कुंजी K_3 के तापीययुग्म के ओर वाले टर्मिनल को बंद कीजिए जिससे कि तापीययुग्म की शीत संधि को गैल्वेनोमीटर से संबंधित किया जा सके। जॉकी को तार पर खिसकाकर तार के ऊपर शून्य विक्षेप स्थिति की सन्निकटतः स्थिति प्राप्त कीजिए अर्थात् वह बिन्दु जहाँ धारामापी में कोई विक्षेप न हो। **जॉकी को तार पर नीचे की तरफ सावधानीपूर्वक दबाकर संतुलन का पता लगाना चाहिए। इसे तार पर दबाकर इधर-उधर खिसकाना नहीं चाहिए।** अब शंट को गैल्वेनोमीटर से अलग कीजिए और विभवमापी तार पर बिल्कुल सही (exact) शून्य विक्षेप की स्थिति को निर्धारित कीजिए। अब पूर्ण तारों की संख्या तथा जॉकी और बिंदु A के बीच में विभवमापी तार की कुल लम्बाई ज्ञात कीजिए। फिर समीकरण (8.4) की सहायता से तापीय वि.वा.ब. के मान की गणना कीजिए। इससे आपको कमरे के तापमान पर तापीय वि.वा.ब. का मान प्राप्त हो जाएगा।

7. बर्नर (ज्वालक) की सहायता से उस जल को जिसमें तापीययुग्म की गर्म संधि को रखा गया है, अधिक ताप तक अर्थात् लगभग जल के क्वथनांक तक गर्म कीजिए। गर्म करने के पश्चात् इसे ठंडा होने दीजिए। जब यह ठंडा हो रहा हो तब तापीय वि.वा.ब. को लगभग 10°C के अंतराल पर मापें जब तक गर्म संधि का तापमान कमरे के

तापमान तक न पहुंच जाए। गर्म संधि के भिन्न-भिन्न तापमानों के लिए शून्य विक्षेप स्थिति को ज्ञात कीजिए और प्रेक्षण सारणी 8.1 में लिखिए। **याद रखिए कि लम्बाई का पाठ्यांक पहले लेना है, तापमान का बाद में।** प्रयोग करते समय युग्म की शीत संधि सर्वदा 0°C पर रहनी चाहिए। इसके लिए यह आवश्यक है कि बर्फ को समय-समय पर कुरेदना या उलटना-पलटना चाहिए। प्रत्येक प्रेक्षण के लिए तापीय वि.वा.ब. के मान की गणना कीजिए और इसे प्रेक्षण तालिका 8.1 में लिखिए।

प्रेक्षण सारणी 8.1: तापमान के साथ तापीय वि.वा.ब. का परिवर्तन

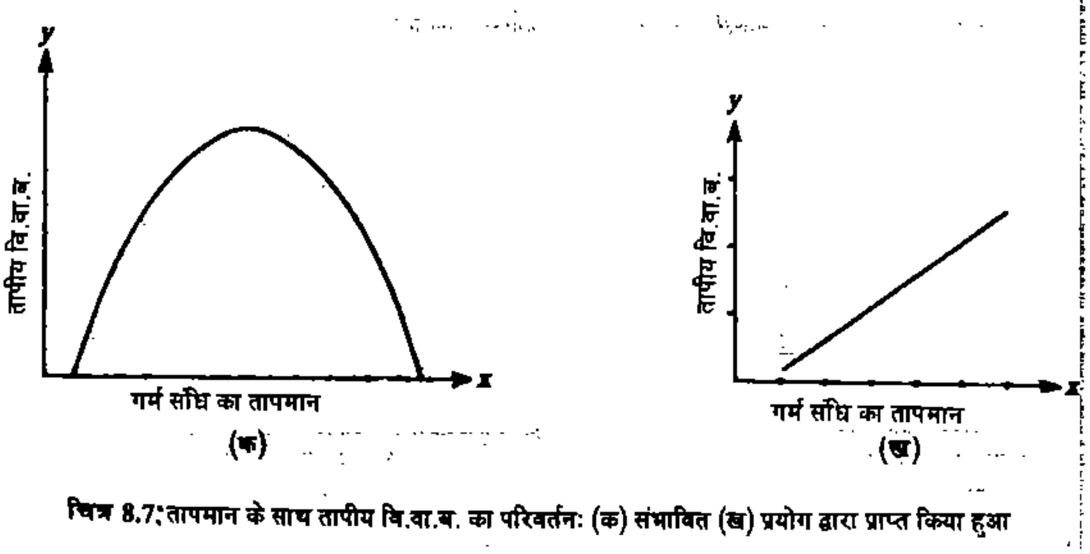
प्रमाणिक सेल E का वि.वा.ब. = ... V

विभवमापी तार की प्रति इकाई लंबाई का प्रतिरोध ρ = ... $\Omega\ cm^{-1}$

उच्च प्रतिरोध R = ... Ω

क्रम संख्या	गर्म संधि का तापमान (T) °C	तापीययुग्म द्वारा विभवमापी तार की संतुलित लम्बाई			माइक्रोवोल्ट में तापीय वि.वा.ब.
		पूर्ण तारों की संख्या	शून्य विक्षेप स्थिति (cm)	कुल लम्बाई (cm)	$e = \frac{\rho E}{R} l$
1.	(कमरे का तापमान)				
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
•					
•					
•					

तापीय युग्म की गर्म संधि के तापमान और तापीय वि.वा.ब. के बीच ग्राफ खींचिए। तापमान को x-अक्ष पर और तापीय वि.वा.ब. को y-अक्ष पर खींचिए। सामान्यतः ग्राफ परवलय (parabola) होना चाहिए जैसा कि चित्र 8.7 (क) में दिखाया गया है। किन्तु कम तापमान



चित्र 8.7: तापमान के साथ तापीय वि.वा.ब. का परिवर्तन: (क) संभावित (ख) प्रयोग द्वारा प्राप्त किया हुआ

पर जैसे कि इस स्थिति में हुआ है (0° C – 90° C अथवा 100°C) ग्राफ सरल रेखीय होता है जैसा कि चित्र 8.7 (ख) में दिखाया गया है। सरल रेखा वास्तव में परवलय का ही सीधा भाग है। इस ग्राफ का उपयोग किसी भी अज्ञात तापमान (सीमा के अन्तर्गत) का मान ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है।

8.5 शब्दावली

अपरिवर्ती	steady
एकमार्गी/द्विमार्गी कुंजी	one-way/two-way key
जैबेक प्रभाव	Seebeck effect
तापमापी	thermometer
ताप वैद्युत प्रभाव	thermoelectric effect
ताप वैद्युत वाहक बल	thermo-e.m.f.
तापीय वैद्युत धारा	thermo current
तापीययुग्म	thermocouple
दक्षता	efficiency
धारा नियन्त्रक	rheostat
प्रमाणिक सेल	standard cell
विभव प्रवणता	potential gradient
वि.वा.ब.	e.m.f.
विभवमापी	potentiometer
शून्य विक्षेप स्थिति	null position
संचायक सेल	accumulator
सन्तुलन	balance
संधि	junction
संयोजक तार	connecting wire
समानांतर क्रम	parallel

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड .... नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण नं. ....

प्रयोग 9 प्रत्यावर्ती धारा (AC) श्रेणी परिपथ की आवृत्ति अनुक्रिया

इकाई की रूपरेखा

9.1 प्रस्तावना

किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ के तीन महत्वपूर्ण घटक होते हैं:
प्रतिरोधक, कुण्डली और संधारित्र। इन्हें निम्न प्रकार से संकेतित किया जाता है।

प्रतिरोधक	:	धारा में प्रतिरोध R का कारण
कुण्डली	:	इसके स्वप्रेरकत्व L के गुणांक का कारण
संधारित्र	:	इसकी आवेश संचयन C की धारिता का कारण।

ये सभी घटक आधुनिक इलेक्ट्रॉनिक युक्तियों, जैसे रेडियो, टी.वी. आदि जिन्हें हम घरों में इस्तेमाल करते हैं, के अभिन्न अंग हैं। यद्यपि इन घटकों का दिष्ट धारा में भी उपयोग होता है, परन्तु AC परिपथों में इनका बहुत इस्तेमाल होता है। लगभग प्रत्येक इलेक्ट्रॉनिक परिपथ और दूर संचार व्यवस्था निकाय में इनका उपयोग होता है।

इन घटकों से परिचित कराने के लिए हम चाहेंगे कि आप उनकी आवृत्ति अनुक्रिया की खोज करें। जो कि विविध इलेक्ट्रॉनिक परिपथों को डिजाइन करने और उनको बनाने में सहायक होते हैं।

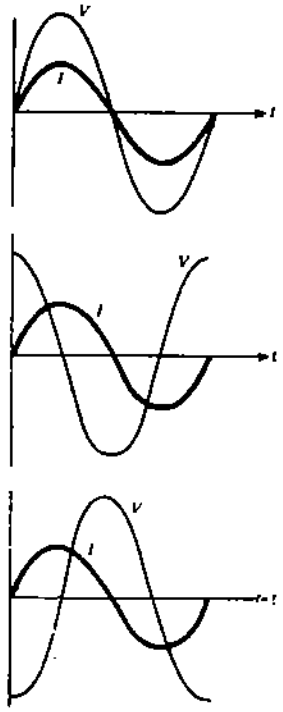
यदि किसी परिपथ में कुण्डली तथा प्रतिरोधक श्रेणी क्रम से जुड़े हों तो इसे RL श्रेणी परिपथ कहते हैं। यदि तीनों घटक श्रेणी क्रम में जुड़े हों तो उसे LCR श्रेणी परिपथ कहते हैं।

आप पहले ही यह भली भांति जानते हैं कि किसी AC परिपथ में ये घटक धारा के प्रवाह को प्रभावित करते हैं। किसी प्रतिरोध R द्वारा धारा प्रवाह का विरोध उसमें प्रभावित धारा की आवृत्ति पर निर्भर नहीं करता है। लेकिन यह विरोध प्रेरक L और संधारित्र C की आवृत्ति पर निर्भर करता है।

किसी प्रेरक में धारा के प्रवाह के विरोध को प्रेरणा प्रतिघात (inductive reactance X_L) कहा जाता है जो कि $L\omega$ के बराबर होता है। यहां ω प्रत्यावर्ती धारा की कोणीय आवृत्ति है। इसमें यह निहित है यदि ω बढ़ता है तो विरोध भी बढ़ता है। किसी संधारित्र में विरोध को धारिता-प्रतिघात (capacitive reactance) कहते हैं और यह $1/C\omega$ के बराबर होता है। यदि ω बढ़ता है तो विरोध घटता है।

हम इस बात से आश्वस्त हैं कि आप यह जानते हैं कि जब R, L और C किसी AC परिपथ में समायोजित किए जाते हैं तो उनके बीच धारा तथा वोल्टता में अवश्य ही कुछ प्रावस्था

संबंध (Phase relation) होते हैं। प्रतिरोधक R में वोल्टता और धारा एक दूसरे के साथ प्रावस्था कला में रहते हैं (चित्र 9.1 को देखिए)। प्रेरक L में वोल्टता से धारा $\pi/2$ के कला कोण (Phase angle) द्वारा आगे (lag) होती है। संधारित्र C में वोल्टता इसी कला कोण



चित्र 9.1 : कला संबंधन को प्रदर्शित करने वाले आरेख (a) प्रतिरोध में (b) कुड़ली में (c) संधारित्र में

$\pi/2$ द्वारा धारा से पीछे (lead) होती है। उदाहरण के लिए, यदि हमारे पास RC श्रेणी परिपथ है तो प्रतिरोधक R की वोल्टता V_R, संधारित्र C की वोल्टता V_C से $\pi/2$ के कला कोण द्वारा आगे हो जाती है तब परिणाम वोल्टता दोनों के सदिश योग द्वारा प्राप्त हो जाती है। पाइथैगोरस प्रमेय की सहायता से परिणामी वोल्टता $V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ होगी। इसी प्रकार श्रेणी परिपथ के लिए $V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$ होगी। इसी प्रकार यदि इसके स्थान पर हमारे पास LCR श्रेणी परिपथ हो तो वोल्टता V_C और V_L कोण π द्वारा कला से असंगत (Phase difference) हो जाती है। इसके साथ-साथ V_L और V_C दोनों V_R से कला में $\pi/2$ असंगत बाहर (out of phase) हो जाते हैं। ऐसी स्थिति में परिणामी वोल्टता V निम्नलिखित समीकरण द्वारा प्राप्त हो जाती है।

यदि किसी AC परिपथ की कुल वोल्टता V को परिपथ में प्रवाहित कुल धारा से विभाजित किया जाए तो परिपथ में धारा में होने वाला विरोध का मान (T) प्राप्त होता है। इस विरोध को प्रायः प्रतिबाधा कहा जाता है और Z द्वारा संकेतित किया जाता है। विभिन्न श्रेणी परिपथों के लिए निम्नलिखित प्रतिबाधाएं होती हैं :

LR परिपथ : $\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$

RC परिपथ : $\sqrt{R^2 + \dfrac{1}{C^2\omega^2}}$

LCR परिपथ : $\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}$

इस प्रयोग में आप यह देखेंगे कि जब दोलित्र की सहायता से प्रयुक्त धारा की आवृत्ति में परिवर्तन कर दिया जाए तो L, C और R स्वतंत्र रूप से अथवा संयोजन में किस प्रकार व्यवहार करते हैं।

जब धारा की आवृत्तियों का इन घटकों में वोल्टता के बीच आरेख खींचा जाए तो आप देखेंगे कि वोल्टताएं प्रयुक्त धाराओं की आवृत्तियों पर निर्भर करती हैं। इन आरेखों को आवृत्ति अनुक्रिया (Frequency response) आरेख कहते हैं।

आवृत्ति अनुक्रिया आरेखों को प्राप्त करने के लिए आप भिन्न घटकों के संयोजन बनाकर उनमें भिन्न आवृत्तियों की धाराएं लगायेंगे

किसी LCR श्रेणी परिपथ में निम्न आवृत्तियों पर धारिता प्रतिघात अधिक होती है और प्रेरण प्रतिघात कम होता है। अधिकांश वोल्टता संधारित्र में होती हैं। उच्च आवृत्तियों पर प्रेरण प्रतिघात अधिक होता है तथा धारिता प्रतिघात कम होती है। तब अधिकतम वोल्टता पात (voltage difference) प्रेरकत्व में होता है। इन दो चरम सीमाओं के बीच अनुनादी आवृत्ति होती है जिस पर धारिता तथा प्रेरण प्रतिघात बराबर होते हैं जो एक दूसरे को निष्प्रभावित कर देते हैं। ऐसी स्थिति में परिपथ में धारा प्रवाह का विरोध करने के लिए केवल प्रतिरोध R होता है। धारा अनुनादी आवृत्ति (resonance frequency) f_r पर प्रयुक्त वोल्टता परिपथ के प्रतिरोध के विभाजन के बराबर होती है और यदि प्रतिरोध बहुत कम हो तो यह बहुत अधिक होती है।

अनुनाद पर धारा सर्वाधिक होती है। अपने आरेख पर उन बिंदुओं का पता लगाइए जहां धारा अधिकतम धारा से .707 गुना हो। अनुनादी आवृत्ति f_r के दोनों ओर इन बिंदुओं को अर्द्धशक्ति बिंदु कहा जाता है। अनुनाद वक्र f_r के दोनों ओर इन बिंदुओं के बीच के आवृत्ति अंतर Δf को बैंड की चौड़ाई कहते हैं। अनुनादी आवृत्ति f_r तथा बैंड की चौड़ाई Δf के रूप में हम एक नया पदनाम गुणता कारक (Quality factor) Q के रूप में परिभाषित कर सकते हैं। यह $f_r|\Delta f$ के बराबर होता है। Q प्रायः इलेक्ट्रानिक परिपथों को डिजाइन करने और संचार इंजीनियरी में इस्तेमाल किया जाता है।

आपकी प्रयोगशाला निर्देशिका के प्रारंभिक भाग में हमने अर्द्धलॉग आरेख पेपर के उपयोग का निरूपण किया था। इस प्रयोग में हम यह अपेक्षा करते हैं कि आप इस प्रकार का आरेख पेपर इस्तेमाल करें। यह आपको इसके उपयोग की सराहना करने में सहायक होगा।

उद्देश्य

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप:

- किसी प्रतिरोधक, प्रेरक तथा संधारित्र की आवृत्ति अनुक्रिया को प्रदर्शित कर सकेंगे।
- पैमाने पर चयन कर सकेंगे और आंकड़ो का अर्द्धलॉग तथा लॉग आरेख पेपर का इस्तेमाल करके प्रयोगात्मक रूप से अंकित कर सकेंगे।
- LCR श्रेणी परिपथ के अनुनाद वक्र से गुणताकारक की परिकलना कर सकेंगे।

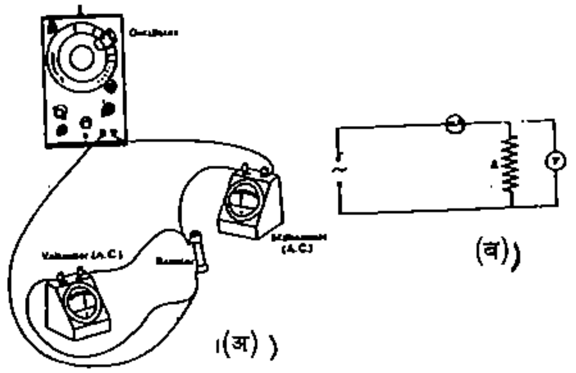
उपकरण

दोलित्र (10-100 Khz, 20 V प्रतिरोधक 5Ω, 10Ω , 15Ω तथा 20Ω − 2W), प्रेरक (5 mH, 10 mH, 15 mH तथा 20 mH), संधारित्र (100 pf, 200 pf, 500 pf, 100 μf − 20 V), कार्बन प्रतिरोध (500Ω, 1 kΩ, 5 kΩ 1/4 − W तथा 1/2 − W), अंकीय बहुलमापी अथवा अंकक सूक्ष्म वोल्टतामापी अथवा AC वोल्टतामापी (0−1V 0−5V, 0−10V तथा 0−20V आदि) तथा A.C. ऐमीटर (0−1 mA, 0−10 mA, 0−50 mA आदि) तथा सम्बन्धन तारें आदि।

9.2 प्रतिरोध, प्रेरक और संधारित्र की आवृत्ति अनुक्रिया का अध्ययन

कार्य विधि

चित्र 9.2 के आधार पर परिपथ संबंधनों को व्यवस्थित कीजिए। दोलित्र के मुख्य तार (Main lead) को AC (220V) में लगाइये। प्रतिरोधक R को बाह्य प्रतिरोध R_O के साथ तथा AC ऐमीटर को दोलित्र के निर्गम टर्मिनलों (Output terminals) में लगाइये। प्रतिरोध R को $A.C.$ वोल्टमीटर से सम्बन्धित कीजिए।



चित्र 9.2 केवल प्रतिरोध युक्त AC श्रेणी परिपथ (अ) वास्तविक आरेख (ब) परिपथ आरेख

यह प्रयोग करने से कम से कम 1/2 घंटा पहले दोलित्र के स्विच को खोल दीजिए। जिससे आपको निर्गम स्थाई वोल्टता मिल सके। जैसा कि चित्र 9.2 में दिखाया गया है। निर्गम परिवर्ती घुंडी K_1 की सहायता से दोलित्र के निर्गम को 10V पर रखिए। दोलित्रों की आवृत्ति को आप दो घुंडियों (Knob) K_2 तथा K_3 की सहायता से परिवर्तित कर सकते हैं। घुंडी K_2 को परिसर वरित्र (range selector) तथा घुंडी K को आवृत्ति वरित्र कहा जाता है। दोलित्र की आवृत्ति का चयन 100 Hz कीजिए तथा प्रतिरोधक R में विभवपात V को मापिए। परिशुद्ध वोल्टता मापन के लिए उपयुक्त परिसर के वोल्टमीटर का चयन कीजिए। भिन्न-भिन्न पाठ्यांकों को लेने के लिए आवृत्ति को घुंडी K_2 और K_3 की सहायता से परिवर्तित कीजिए तथा प्रतिरोधक R में वोल्टताओं को मापिए। अपने आंकड़ों को तालिका 9.1 में लिखिए तथा भिन्न प्रतिरोधों के लिए उपर्युक्त कार्यविधि को फिर से दोहराइए।

निरीक्षण तालिका 9.1

प्रतिरोध में धारा = mA

क्रम संख्या	आवृत्ति $f(Hz)$	प्रतिरोधक में वोल्टता (V) (...... Ω)	प्रतिरोधक में वोल्टता (V) (...... Ω)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

अब आप अर्द्धलॉग पेपर पर R के प्रत्येक मान के लिए V_R और f के बीच आरेख खींचिए। अर्द्धलॉग आरेख पेपर का इस्तेमाल X- अंक्ष की ओर अधिक आवृत्ति के परिसर को समजित करने के लिए किया जाता है।

V_R और f के बीच आरेख

इन आरेखों की सहायता से परिणामों की व्याख्या कीजिए अर्थात् किसी प्रतिरोधक की आवृत्ति की निर्भरता नीचे दिए हुए स्थान में लिखिए।

....

....

अब प्रतिरोध R के स्थान पर 100 pf के संधारित्र को इस्तेमाल कीजिए तथा इस कार्यविधि को दोहराइए। संधारित्रों के भिन्न मानों के लिए अपने आंकड़ों को निरीक्षण सारणी 9.2 में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 9.2

संधारित्र में धारा = mA

क्रम संख्या	आवृत्ति f(Hz)	संधारित्र के पार वोल्टता (वोल्ट में) (...... pf)	संधारित्र के पार वोल्टता (वोल्ट में) (...... pf)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
.			
.			
.			
.			

अब आप लॉग ग्राफ पेपर पर V_c तथा आवृत्ति f के बीच ग्राफ खींचिए। यदि लॉग आरेख पेपर को इस्तेमाल करने में आपको कोई कठिनाई हो तो अपनी प्रयोगशाला में उपस्थित परामर्शदाता की सलाह लीजिए

V_C और f के बीच आरेख

अपनेआरेखोंकी रूपरेखा की सहायता से परिणामों को नीचे दिए गए स्थान पर लिखिए:

....

....

....

....

....

अब आप अपने संधारित्र को 5mH के प्रेरक की सहायता से प्रतिस्थापित कीजिए। उपर्युक्त कार्यविधि को दोहराइए और प्रेरक के भिन्न मानों के लिए अपने आंकड़ों को निरीक्षण सारणी 9.3 में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 9.3

क्रम संख्या	आवृत्ति f(Hz)	प्रेरक के पार वोल्टता (वोल्ट में) (...... mH)	प्रेरक के पार वोल्टता (वोल्ट में) (...... mH)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
.			
.			
.			

अब आप लॉग आरेख पेपर पर V_L तथा f के बीच आरेख खींचिए।

V_L और f के बीच आरेख

उपर्युक्त आरेख के आधार पर अपने परिणामों की विवेचना नीचे दिए गए स्थान पर कीजिए।

....

....

....

....

बोध प्रश्न 1

किसी प्रेरक अथवा संधारित्र के लिए प्रेरण और धारिता प्रतिघात की परिकलना कीजिए जिसे आपने 1 KHz की आवृत्ति उपर्युक्त प्रयोग में इस्तेमाल किया हो।

....

....

....

बोध प्रश्न 2

यदि आवृत्ति शून्य अथवा अनंत हो जाए, X_L का मान क्या होगा? इस प्रकार के प्रेरक को जब परिपथ में इस्तेमाल किया जाता है, तब क्या होता है?

....

....

....

....

बोध प्रश्न 3

क्या आप प्रयोग में AC वोल्टमीटर के स्थान पर DC वोल्टमीटर का इस्तेमाल कर सकते हैं? यदि नहीं, तो क्यों?

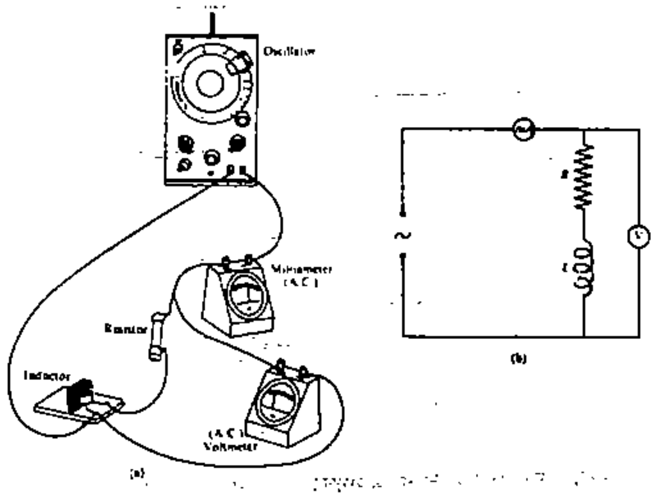
....

....

....

....

9.3 *RL* तथा *RC* श्रेणी परिपथों की आवृत्ति अनुक्रिया का अध्ययन



9.3 : *RL* श्रेणी (अ) परिपथ वास्तविक आरेख (ब) परिपथ आरेख

जहां आपने पहले तीन घटकों को संबंधित किया था वहां अब मूल बिंदुओं के बीच श्रेणी में एक प्रतिरोधक और एक प्रेरक को जोड़िए। इसे चित्र 9.3 में दिखाया गया है। इस कार्यविधि को दोहराइए और अपने आंकड़ों को सारणी 9.4 में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 9.4

क्रम संख्या	आवृत्ति f (Hz)	RL श्रेणी के पार कुल वोल्टता (V)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
.		
.		
.		

अब वोल्टता V और आवृत्ति f के बीच ग्राफ खींचिए।

वोल्टता V और आवृत्ति f के बीच आरेख

अपने निष्कर्षों को नीचे दी हुई जगह पर लिखिए:

....

....

....

....

अब संधारित्र के स्थान पर प्रेरक को प्रतिस्थापित कीजिए और निरीक्षण सारणी 9.5 में अपने आंकड़े लिखिए।

निरीक्षण सारणी 9.5

क्रम संख्या	आवृत्ति f(Hz)	RL श्रेणी परिपथ के पार कुल वोल्टता V
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
.		
.		
.		
.		
.		

अब अर्द्ध लॉग आरेख पेपर पर वोल्टता V और आवृत्ति f के बीच आरेख खींचिए।

वोल्टता V और आवृत्ति f के बीच आरेख

अपने परिणामों को नीचे दिए स्थान पर लिखिए।

....

....

....

....

बोध प्रश्न 4

श्रेणी परिपथ RL की प्रतिबाधा की परिकलना कीजिए:

....

....

....

बोध प्रश्न 5

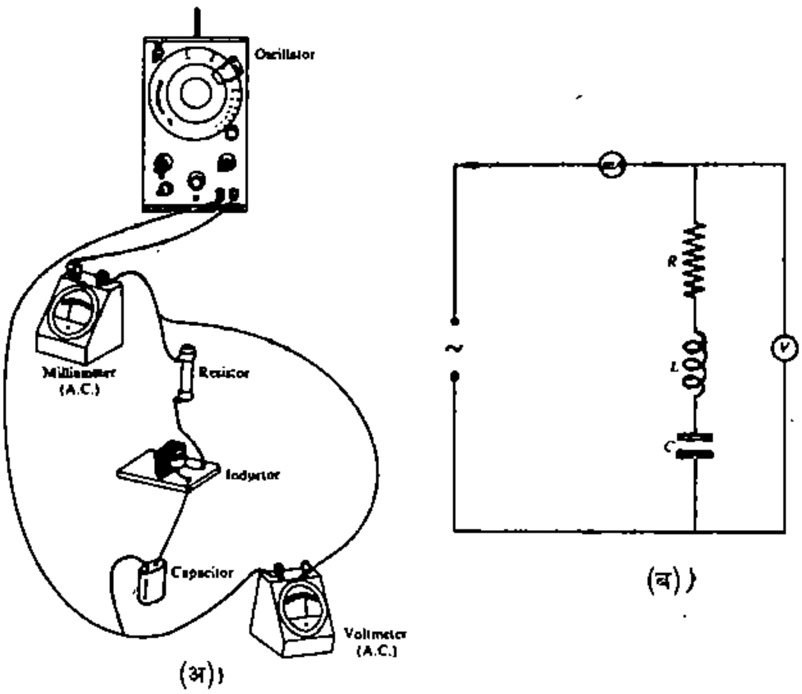
अपने परिणामों के आधार पर आपके विचार से RL तथा RC श्रेणी परिपथों में क्या अंतर है?

....

....

....

9.4 *LCR* श्रेणी परिपथ की आवृत्ति अनुक्रिया का अध्ययन



चित्र 9.4 *RLC* श्रेणी परिपथ (अ) वास्तविक आरेख (ब) परिपथ आरेख

कार्यविधि

पिछले भाग में आपने एक प्रतिरोधक तथा एक संधारित्र की श्रेणी से संबद्ध किया था। अब इन्हीं बिंदुओं के मध्य आप, जैसा कि चित्र 9.4 में दिखाया गया है *LCR* श्रेणी परिपथ बनाने के लिए एक प्रेरक को भली भांति जोड़िए। उपर्युक्त कार्यविधि का अनुसरण करते हुए अपने आंकड़ों को निरीक्षण सारणी 9.6 में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 9.6

क्रम संख्या	आवृत्ति f (Hz)	*LCR* श्रेणी परिपथ के पार वोल्टता V
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
.		
.		
.		
.		
.		

अब वोल्टता V और आवृत्ति f के बीच आरेख खींचिए।

वोल्टता V और आवृत्ति f के बीच आरेख

क्या आपने ध्यान दिया है कि यह आरेख पहले आरेख से बिल्कुल भिन्न है? क्या आप इसका कारण जानते हैं? अपने कारणों को नीचे दी हुई पंक्तियों में लिखिए। यदि आप उत्तर देने में असमर्थ हों तो इस प्रयोग के लिए प्रस्तावना के अंतिम भाग को देखिए।

....

....

....

....

....

9.5 LCR श्रेणी परिपथ के गुणताकारक Q का निर्धारण

कार्यविधि

अब आप उपर्युक्त प्रयोग को दोहराइए और भिन्न-भिन्न आवृत्तियों के लिए AC ऐमीटर की सहायता से LCR श्रेणी परिपथ में धारा को मापिए। निरीक्षण सारणी 9.7 में अपने आकड़ों को लिखिए:

निरीक्षण सारणी 9.7

क्रम संख्या	आवृत्ति f (Hz)	LCR श्रेणी परिपथ में धारा I

उपर्युक्त आंकड़ों की सहायता से धारा I और f आवृत्ति के बीच में ग्राफ खींचिए।

धारा I और आवृत्ति f के बीच आरेख

उपर्युक्त आरेख के आधार पर अपने परिणामों की व्याख्या नीचे दी गई पंक्तियों में कीजिए।

....

....

जो वक्र आपने ऊपर प्राप्त किया है उसे अनुनाद वक्र (Resonance Curve) कहा जाता है। जिस आवृत्ति पर धारा सर्वाधिक होती है उसे अनुनादी आवृत्ति f_r कहते हैं। ग्राफ पर वे बिंदु जिन पर धारा अधिकतम मान से .707 गुना कम हो जाती है, अर्द्धशक्ति बिंदु (Half power points) कहलाते हैं। इन दो बिंदुओं के बीच की आवृत्ति अंतर जिसे Δf द्वारा संकेतित किया जाता है और इसे बैंड की चौड़ाई कहते हैं। अब आप f_r और Δf की सहायता से गुणता कारक Q के मान की परिकलना कीजिए।

बोध प्रश्न 6

उपर्युक्त प्रयोग में खींचे गए LCR श्रेणी परिपथ में वोल्टता तथा आवृत्ति और धारा तथा आवृत्ति के अंतर को स्पष्ट कीजिए।

....

....

....

9.6 शब्दावली

अर्धशक्ति बिंदु	Half Power Point
अनुनादी आवृत्ति	Resonance Frequency
अनुनाद वक्र	Resonance Curve
असंगत	Phase Difference
असंगत बाहर	Out of Phase
आवृत्ति अनुक्रिया	Frequency Response
कला कोण	Phase Angle
गुणता कारक	Quality Factor
घुंडिया	Knob
धारिता-प्रतिघात	Capacitive Reactance
परिसर वरित	Range Selector
प्रावस्था संबंध पीछे	Phase Relations lead
प्रेरणा प्रतिघात	Inductive Reactance
निर्गम टर्मिनलों	Output Terminals
मुख्य तार	Main lead

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड .... नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण नं. ....

प्रयोग 10 जेनर डायोड अभिलक्षण वक्र और जेनर, वोल्टता नियंत्रक के रूप में

इकाई की रूपरेखा

10.1 प्रस्तावना

प्रतिरोधकता मानों के आधार पर पदार्थों को मोटे तौर पर निम्न भागों में विभक्त किया जा सकता है– धातु, विद्युतरोधी और अर्द्धचालक के रूप में। किसी धातु की प्रतिरोधकता $10^{-8}\ \Omega$–Cm के अनुक्रम की होती है तथा विद्युत रोधी की $10^{22}\ \Omega$–Cm के अनुक्रम की। किसी अर्द्धचालक की प्रतिरोधकता धातु तथा विद्युतरोधी के बीच में होती है। जर्मेनियम और सिलिकन सर्वाधिक उपयोग किए जाने वाले अर्द्धचालक हैं। परम शून्य अर्थात् $-273°$C पर अर्द्धचालक लगभग पूर्ण रोधी होगा। जैसे-जैसे तापमान बढ़ता है, अर्द्धचालक की चालकता कम होती जाती है। तापमान के बढ़ने पर चालकता में यह परिवर्तन भिन्न-भिन्न अर्द्धचालक पदार्थों के लिए भिन्न होते हैं। उदाहरण के लिए, 10° तापमान बढ़ने पर जर्मेनियम की चालकता दुगुनी तथा सिलिकन में तीगुनी बढ़ जाती है।

अर्द्धचालक में सीमित युक्ति (device) संभावनाएँ होती हैं। उदाहरण के लिए, इसे फोटो सैल तथा ताप संवेदी प्रतिरोधक इत्यादि में इस्तेमाल किया जाता है। अर्द्धचालकों के इस्तेमाल की व्यावहारिकता को बढ़ाने के लिए और **उन्हें *p*- टाइप तथा *n*- टाइप बनाने के लिए उनमें अशुद्धियाँ मिलाई जाती है।** *p*- टाइप अर्द्धचालकों के लिए अशुद्धि ग्राही (acceptor) किस्म की होती है, जबकि *n*- टाइप के लिए अशुद्धि दाता (donor) किस्म की होती है। जब *p* और *n* टाइप अर्द्धचालक को संगलित किया जाता है और उनके बीच की दूरी 10^{-4} cm होती है तब *p-n* संधि बनती है। व्यावहारिक रूप में किसी शुद्ध अर्धचालक के कुछ हिस्से को ग्राही अशुद्धताओं से मादन (dope) करके तथा अवशेष को दाता अशुद्धता से मादन करके *p-n* संधि बनाई जा सकती है।

आवश्यक रूप से *p-n* संधि वही कार्य करती है जो इलैक्ट्रॉनिक उपकरणों में इलैक्ट्रॉन नलिका (Electron Tube) करती है। इलैक्ट्रॉनिक्स में *p-n* संधि बहुत महत्वपूर्ण है

क्योंकि इलैक्ट्रॉन नलिकाओं की अपेक्षा *p-n* संधियाँ अधिक लाभदायक होती हैं। यह आकार में छोटी और भार में हल्की होती हैं। इससे उपकरणों का आकार छोटा और भार कम हो जाता है। ऐसे उपकरण जो भारी, स्थूल और स्थाई रूप से रखने वाले होते थे, वे अब **सुवाह्य** और लघुरुपित हो गये हैं। *p-n* संधि का दूसरा लाभ यह है कि उसे इलेक्ट्रॉन नलिकाओं में तंतु कैथोड (filament cathode) की भाँति गर्म करने की आवश्यकता नहीं होती है। इस प्रकार विद्युत प्रदाय (power supply) उपकरण और परिपथ के घटकों को छोटा और सस्ता बनाया जा सकता है। यह इतना अधिक महत्वपूर्ण इसलिए हो गया है क्योंकि अन्य बहुत सी ठोस अवस्था युक्तियों में इस प्रकार की कई संधियों का प्रयोग किया जाता है। यदि साधारण *p-n* संधि में धारा प्रवाह की प्रक्रिया को भली भाँति समझ लिया जाए तो अधिक जटिल संरचनाओं के संचालन की प्रक्रिया को समझना आसान हो जाएगा।

जेनर डायोड *p-n* संधि डायोड का विशिष्ट प्रकार है। जेनर डायोड की वोल्टता धारा के अभिलक्षण वही हैं जो *p-n* संधि के होते हैं। परन्तु जेनर डायोड में पश्चदिशिक बायस में जब वोल्टता बढ जाती है तब धारा में थोड़ा सा परिवर्तन आता है। इस प्रकार जेनर डायोड *p-n* संधि से भिन्न होता है। यह जेनर डायोड का महत्वपूर्ण गुणधर्म है जो हमें इसे विद्युत प्रदायों और वोल्टता संदर्भ मानकों में वोल्टता नियंत्रक के रूप में इस्तेमाल करने में समर्थ बनाता है।

प्रयोग के प्रथम भाग में हम अग्रदिशिक बायस में जेनर डायोड के वोल्टता धारा अभिलक्षणों को खींचेंगे जो *p-n* संधि के अभिलक्षण के समान होते हैं। प्रयोग के दूसरे भाग में हम पश्चदिशिक बायस में वोल्टता धारा के अभिलक्षण को खींचेंगे। प्रयोग के तीसरे भाग में हम यह देखेंगे कि जेनर डायोड को वोल्टता नियंत्रक के रूप में किस प्रकार इस्तेमाल किया जाता है।

अगले एकक में हम ट्रांजिस्टर के अभिलक्षणों पर प्रयोग करेंगे। ट्रांजिस्टर दो *p-n* का भिन्न प्रकार से संयोजन है।

उद्देश्य

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप

- अग्रदिशिक और पश्चदिशिक बायसों में दिए हुए जेनर डायोड की वोल्टता धारा अभिलक्षणिक वक्र खींच सकेंगे।
- इसके वोल्टता ऐम्पियर अभिलक्षणिक वक्र से यह निर्धारित कर सकेंगे कि जेनर डायोड सिलिकन अथवा जर्मेनियम का बना है।
- जेनर डायोड के निर्गम पर लाइन तथा भार के परिवर्तन के प्रभाव का मापन कर सकेंगे।
- जेनर वोल्टता नियंत्रक की संरचना कर सकेंगे और प्रयोग द्वारा यह निर्धारित कर सकेंगे कि किस परिसर तक जेनर स्थाई निर्गम वोल्टता को सुरक्षित बनाए रखता है।

उपकरण

जेनर डायोड (BZ-146, BZ-147, CZ-6, IN-753, IN-3020) अथवा अन्य कोई जेनर डायोड (1-W, 10 V-20 V), एक परिवर्तनशील नियंत्रित AC/DC विद्युत प्रदाय 0-30 V, ट्रांसफॉर्मर 12-0-12 वोल्ट, संधारित्र 0-100 μf 25 वोल्ट ऐमीटर (0-10 μA, 0-50 μA, 0-1000 μA, 0-30 mA, 0-50 mA, 0-100 mA), वोल्टमीटर (0-10 V, 0-25 V, 0-50 V), प्रतिरोध (0-1k Ω, 0-10 kΩ, 0-25 kΩ, 0-100 kΩ 1/2-W तथा 1-W), बहुलमापी (Multimeter) तथा संबंधन तार, सोल्डर तार, सोल्डर घोल तथा सोल्डर 20 W आदि।

10.2 प्रारंभिक सूचना : अर्द्धचालक

आपने अपने स्कूल के विज्ञान पाठ्यक्रम में अर्द्धचालकों के विषय में पढ़ा होगा। *p* टाइप और *n* टाइप अर्द्धचालकों के विषय में हम जो कुछ भी जानते हैं, आइए उनको दोहरायें। यदि

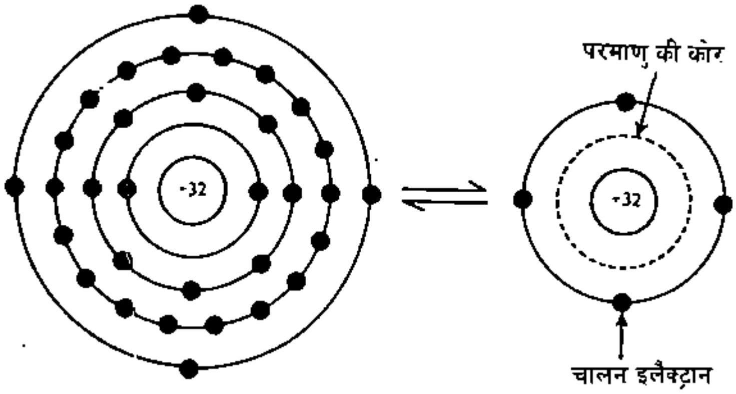
आपने अपनी पहली कक्षाओं में p-n संधि के विषय में पढ़ा हो तो आप 10.3.1 से 10.3.8 तक के अनुभागों को छोड़ सकते हैं। आइए, अब हम अर्द्धचालकों के विषय में जो भी कुछ जानते हैं, उसका पुनरावर्तन करें।

अर्द्धचालक एक-ऐसा पदार्थ है जिसकी विद्युत चालकता धातु तथा रोधी के बीच में होती है। जर्मेनियम और सिलिकन बहु प्रयुक्त अर्द्धचालक हैं। इस शुद्ध अर्द्धचालक को नैज अर्द्धचालक (intinsic semiconductor) भी कहते हैं। इनकी संरचना क्रिस्टलीय होती है।

शुद्ध अर्द्धचालक की चालकता को अर्द्धचालक क्रिस्टल में कुछ अशुद्धताओं की तुल्य मात्राएं 10^8 में एक भाग मिलाकर बढ़ाया जा सकता है। जर्मेनियम और सिलिकन के शुद्ध क्रिस्टलों में अशुद्धताओं की नियंत्रित मात्राएं मिलाने की प्रक्रिया को मादन या अपमिश्रण कहते हैं।

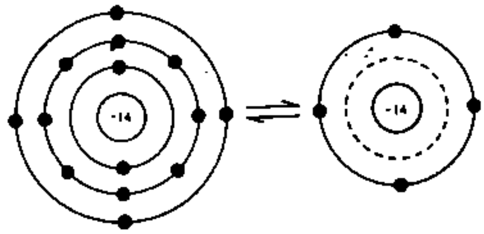
10.2.1 जर्मेनियम तथा सिलिकन का इलैक्ट्रॉनिक विन्यास

जर्मेनियम के शुद्ध परमाणु में 32 इलेक्ट्रॉन होते हैं। इसमें से 28 न्यूक्लियस से कस कर बंधे हुए होते हैं, जबकि शेष चार बाह्य कक्ष में घूमते रहते हैं। बाह्य कक्ष में घूमने वाले इलैक्ट्रॉन को चालन इलैक्ट्रॉन (Valence electron) कहते हैं। जर्मेनियम के इलैक्ट्रॉनिक विन्यास को चित्र 10.1 क में दिखाया गया है।



चित्र 10.1 क : जर्मेनियम का इलैक्ट्रॉनिक विन्यास

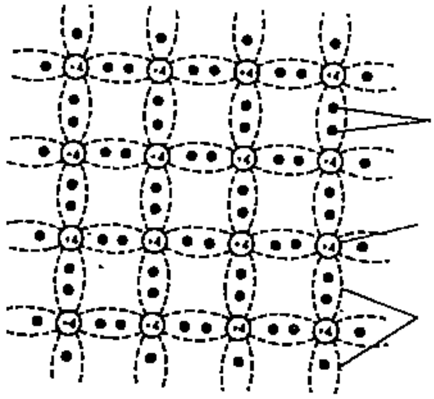
सिलिकन में 14 इलैक्ट्रॉन होते हैं। सिलिकन का इलैक्ट्रॉनिक विन्यास चित्र 10.1 ख में दिखाया गया है।



चित्र 10.1 ख : सिलिकन का इलैक्ट्रॉनिक विन्यास

10.2.2 जर्मेनियम और सिलिकन का क्रिस्टल जालक

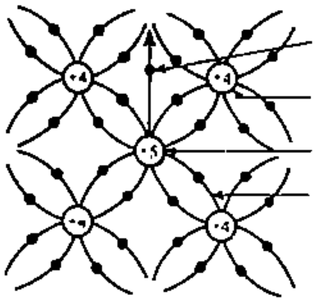
किसी क्रिस्टल जालक में प्रत्येक परमाणु अपने बाह्य अथवा चालक इलैक्ट्रॉनों के पड़ोसी परमाणुओं के साथ साझेदारी करता है और जिससे कि परमाणुओं के बीच इलैक्ट्रॉन युग्म अथवा सहसंयोजी आबंध बनाते हैं। जैसा चित्र 10.2 में दिखाया गया है।



चित्र 10.2: सिलिकन अथवा जर्मेनियम का क्रिस्टल जालक

10.2.3 *N*-टाइप अर्द्धचालक

जब सिलिकन (अथवा जर्मेनियम) को उसके शुद्ध रूप में, ऐसे तत्व जिसमें बाह्य कक्षा में पांच चालक इलैक्ट्रॉन हों, जैसे आर्सेनिक अथवा ऐंटिमनी के साथ मादन किया जाए तो इसके पांच चालक इलैक्ट्रॉनों में से चार, सिलिकन परमाणु के चार चालक इलैक्ट्रॉनों के साथ सहसंयोजी आबंध बनाते हैं। परन्तु आर्सेनिक का पांचवा चालक इलैक्ट्रॉन जुड़ता नहीं है और वह स्वतंत्र रहता है। इसे चित्र 10.3 में दिखाया गया है।

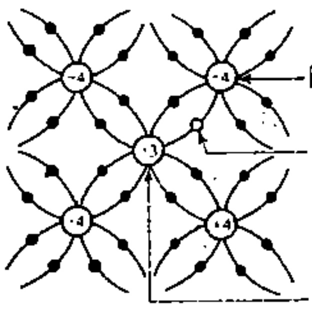


चित्र 10.3 *n*-टाइप अर्द्धचालक

अत: जब किसी सिलिकन अथवा जर्मेनियम के क्रिस्टल को आर्सेनिक अथवा ऐंटिमनी के साथ मादन किया जाए तो उसमें स्वतंत्र इलैक्ट्रॉन विकसित हो जाते हैं जिन्हें हम *n*-टाइप अर्द्धचालक कहते हैं। इस प्रकार की अशुद्धियों को दाता अशुद्धियाँ कहते हैं।

10.2.4 *P*-टाइप अर्द्धचालक

यदि सिलिकन अथवा जर्मेनियम को ऐसे तत्व जिसमें बाह्य कक्ष में तीन इलैक्ट्रॉन परमाणु हों जैसे इंडियम अथवा एलूमिनीयम आदि के साथ मादित किया जाए तो अशुद्धता परमाणु के तीन चालक इलैक्ट्रॉन सिलिकन परमाणु के चालक इलैक्ट्रॉन के साथ सहसंयोजी आबंध



चित्र 10.4 *p*-टाइप अर्द्धचालक

बनाते हैं। उसमें एक इलैक्ट्रॉन की कमी होती है अथवा सिलिकन के क्रिस्टल जालक में एक जालक में एक चालक इलैक्ट्रॉन की रिक्ति रहती है। इलैक्ट्रॉन की इस कमी अथवा अनुपस्थिति को छिद्र या होल कहते हैं। इसे चित्र 10.4 में दिखाया गया है।

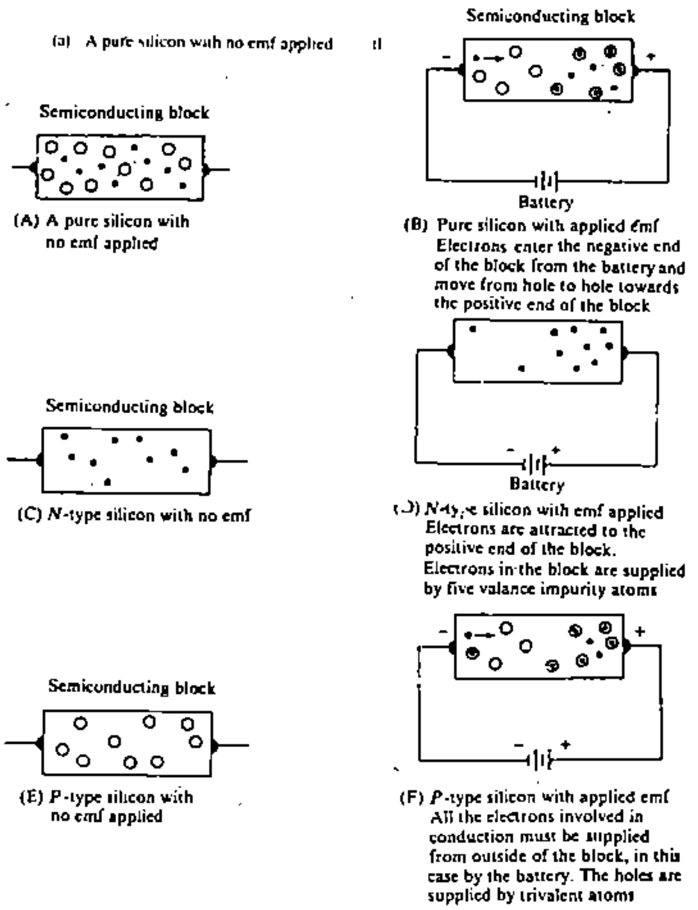
इस प्रकार बने हुए अर्द्धचालक जिनमें इलैक्ट्रॉन का अभाव रहता है अथवा अत्यधिक छिद्र होते हैं, *p*-टाइप अर्द्धचालक कहलाते हैं। इस प्रकार की अशुद्धताओं को ग्राही अशुद्धताएं कहते हैं क्योंकि ये सिलिकन परमाणु से इलैक्ट्रॉन को स्वीकार कर सकते हैं।

10.2.5 अर्द्धचालक में धारा प्रवाह

आप पढ़ चुके हैं कि *n*-टाइप अर्द्धचालक में स्वतंत्र इलैक्ट्रॉन बहुलता से होते हैं। जब आर्सेनिक से अपमिश्रित सिलिकन क्रिस्टल पर कोई विद्युत क्षेत्र अथवा विभवान्तर लगाया जाता है तब ये स्वतंत्र इलैक्ट्रॉन धारा संवाहक के रूप में कार्य करते हैं।

p-टाइप अर्द्धचालक में छिद्र इलैक्ट्रॉन की अनुपस्थिति को सूचित करते हैं। जब क्रिस्टल पर कोई विद्युत क्षेत्र लगाया जाता है तब ये छिद्र धनात्मक आवेशित कणों की भांति व्यवहार करते हैं। क्षेत्र के प्रभाव के कारण पड़ोसी इलैक्ट्रॉन युगल अनुबंध में से एक इलैक्ट्रॉन ढीला हो जाता है और बैट्री के धनध्रुव की ओर छिद्र में मिल जाता है। इस तरह एक नया छिद्र बन जाता है जो इलैक्ट्रॉन युगल अनुबंध से टूटे हुए इलैक्ट्रॉन को स्वीकार कर लेता है। यह प्रक्रिया निरंतर चलती रहती है और बैट्री के धनात्मक ध्रुव की ओर इलैक्ट्रॉन की गतिविधि का और बैट्री के ऋणात्मक टर्मिनल की ओर छिद्रों की गतिविधि का संघटन करती रहती है। जैसे ही छिद्र ऋणात्मक टर्मिनल की ओर पहुँचते हैं, इलैक्ट्रॉन इस टर्मिनल से क्रिस्टल में प्रवेश कर जाते हैं और इन छिद्रों को निष्क्रिय कर देते हैं। इसी समय वे ढीले इलैक्ट्रॉन जिन्होंने छिद्रों को भर दिया था, धनात्मक टर्मिनल से बाहर की ओर निकल जाते हैं जिससे नए छिद्र बन जाते हैं। एक दिशा में छिद्रों की गति तथा दूसरी दिशा में इलैक्ट्रॉनों की गति से धारा प्रवाह संघटित होता है। अतः अर्द्धचालक में धारा प्रवाह क्रिस्टल के अंदर छिद्रों की गति के तथा बाह्य परिपथ और बैट्री के बीच इलैक्ट्रॉन की गति के परिणामस्वरूप ही होता है। शुद्ध *n*-टाइप तथा *p* टाइप अर्द्धचालकों में धारा प्रवाह को चित्र 10.5 में दिखाया गया है।

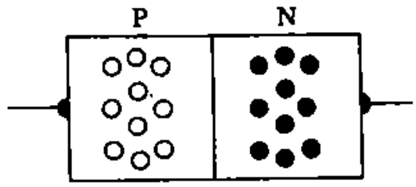
● इलैक्ट्रॉन
○ छिद्र
◉ एक छिद्र जिसमें इलैक्ट्रॉन को पकड़ लिया है।



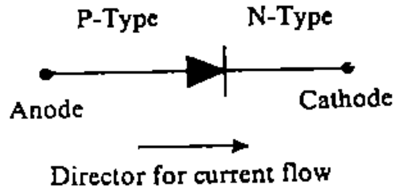
चित्र 10.5 : अर्द्धचालक के बीच से धारा

10.3.6 *P-N* संधि

p-n संधि डायोड, *p*-टाइप अर्द्धचालक को *n*-टाइप अर्द्धचालक से मिलाने पर बनता जाता है। इस प्रकार बनाई गयी संधि धारा प्रवाह को एक दिशा में कम प्रतिरोध देने के रोचक और उपयोगी गुण का प्रदर्शन करती है। *p-n* संधि की निर्वात डायोड जैसी दिष्टकारी विशेषताएं होती हैं। *p-n* संधि को *p*-टाइप और *n*-टाइप के अर्द्धचालकों को सामान्य रूप से साथ-साथ रखकर नहीं बनाया जा सकता है। किसी *p-n* संधि डायोड की संरचना निम्नांकित रूप से की जा सकती है। एक बिंदु जितना इन्डियम लीजिए और उसे उपयुक्त उच्च तापमान *n*-टाइप जर्मेनियम बेफर में लगाइए। इससे सतह के नीचे क्षेत्र तथा *n*-टाइप जर्मेनियम बन जाता है। जिससे *p* क्षेत्र तथा *n*-टाइप जर्मेनियम के पिंड के बीच में *p-n* टाइप संधि बन जाती है। इसे चित्र 10.6 क में दिखाया गया है। संधि का निर्माण सांद्रण प्रवणता (concentration gradient) के कारण होता है। इसके पश्चात् *p* तरफ के छिद्र *n* तरफ के छिद्रों में विसरित हो जाते हैं और स्वतंत्र इलैक्ट्रॉन के साथ पुनः संयोजित हो जाते हैं। इसी प्रकार *n*-टाइप के इलैक्ट्रॉन *p* तरफ विसरित हो जाते हैं और छिद्रों के साथ पुनः संयोजित हो जाते हैं। चल वाहकों का इस प्रकार का विनियम केवल संधि के चारों ओर संकरे क्षेत्र में होता है। इस क्षेत्र को ह्रासी स्तर (depletion layer) अथवा अंतराकाशी आवेश स्तर कहते हैं क्योंकि यह मुक्त आवेश वाहकों से अवक्षेपित हो जाता है। जैसा कि चित्र 10.6 में दिखाया गया है, *n* तरफ के धनात्मक आयनों के कारण और *p* के ऋणात्मक आयनों के कारण उदासीन अन्तराकाशी आवेश पीछे रह जाता है। ऐसे अंतरकाशी आवेश के कारण ह्रासी क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है तथा *p-n* संधि विभवांतर जिसे **संधि रोधिक (potential barrier)** कहते हैं, विकसित को जाता है। *p* तरफ *n* तरफ की अपेक्षा ऋणात्मक हो जाता है। इस रोधिका विभव को वोल्टमीटर द्वारा नहीं मापा जा सकता है। रोधिका विभव संधि इलैक्ट्रॉन के और अधिक स्थानांतरण का विरोध करती है जिससे कि संतुलन की स्थिति प्राप्त हो जाती है। ऐसी स्थिति में संधि के निकट का क्षेत्र आरंभिक स्थानांतरण के कारण छिद्रों से रहित तथा इलैक्ट्रॉन से मुक्त हो जाती है। इसे ह्रासी स्तर कहते हैं तथा इसकी चौड़ाई एक माइक्रोन से भी कम होती है।

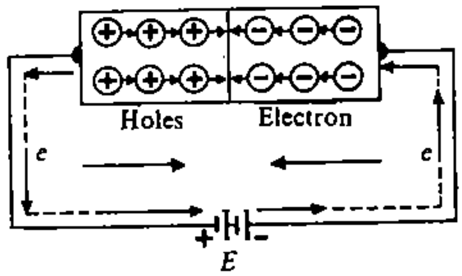


चित्र 10.6 एक p-n संधि में ह्रासी स्तर



10.3.7 अग्रदिशिक बायस में P-N संधि

यदि बाह्य बैट्री को p-n संधि से इस प्रकार जोड़ा जाए कि बाह्य बैट्री का ध्रुवण रोधिका विभव के विपरीत हो तो p-n संधि को अग्रदिशिक बायस में कहा जाता है। इसे चित्र 10.7 में दिखाया गया है। यह रोधिका विभव को कम कर देता है तथा धारा को डायोड में आसानी से प्रवाहित होने देता है। इस प्रक्रिया को इस प्रकार दिखाया गया है:

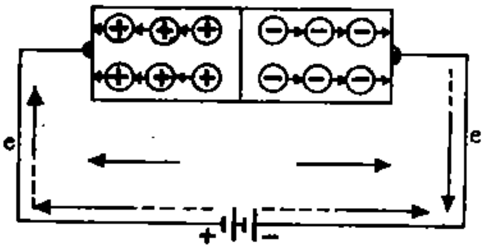


चित्र 10.7 अग्रदिशिक बायस में p-n संधि

बैट्री के ऋणात्मक टर्मिनल से मुक्त इलैक्ट्रॉन n- टाइप तत्व के मुक्त इलैक्ट्रॉनों को प्रतिकर्षित करते हैं। ये मुक्त इलैक्ट्रॉन p-n संधि की ओर गति करते हैं। p- टाइप तत्व के छिद्र भी बैट्री के धनात्मक टर्मिनल से प्रतिकर्षित होते हैं और संधि की ओर गति करने लगते हैं। संधि पर मुक्त इलैक्ट्रॉन और छिद्र संयोजित होते हैं और इस प्रक्रिया से समाप्त हो जाते हैं। इन संयोजनों में विलुप्त धारा की संवाहक इलैक्ट्रॉन छिद्र युग्मों के अलगाव के परिणामस्वरूप पुनः पूर्ति हो जाती है। p-टाइप पदार्थ में उत्पन्न मुक्त इलैक्ट्रॉन बैट्री के धनात्मक टर्मिनल द्वारा आकर्षित हो जाते हैं तथा जैसा कि चित्र 10.7 में दिखाया गया है, बाह्य परिपथ में प्रवाहित होने लगते हैं। यह सतत प्रक्रम है और इलैक्ट्रॉन द्वार बाह्य परिपथ में इलैक्ट्रॉनों द्वारा धारा प्रवाह को संघटित करता है परन्तु संधि के अंदर छिद्र तथा इलैक्ट्रॉन दोनों ही धारा प्रवाहित करते हैं।

10.3.8 पश्चदिशिक बायस में P-N संधि

जैसा कि चित्र 10.8 में दिखाया गया है, यदि किसी p-n संधि में बाह्य वोल्टता अथवा बैट्री इस प्रकार जुड़ी हो कि वह रोधिका विभव की सहायता करे तो ऐसी p-n संधि पश्चदिशिक बायस में कहलाती है। चूंकि पश्चदिशिक बायस के कारण रोधिका विभव अधिक हो जाता है इसलिए ड़ायोड में धारा का प्रवाह व्यावहारिक रूप से बिल्कुल नहीं होता है।



चित्र 10.8 : पश्चविशिक बायस

n-टाइप अर्द्धचालकों में मुक्त इलैक्ट्रॉन p-n संधि से दूर आकर्षित हो जाते हैं तथा p-टाइप अर्द्धचालकों में छिद्र बैट्री के ऋणात्मक टर्मिनल की ओर आकर्षित होते हैं। इसी प्रकार p-n संधि के पड़ोस में लगभग कोई छिद्र अथवा इलैक्ट्रॉन संवाहक नहीं होते हैं। ऐसी स्थिति में धारा का प्रवाह पूरी तरह से रुक जाता है।

10.3.9 जेनर डायोड

जेनर डायोड में एक विशिष्ट प्रकार की p-n संधि है जो पश्चदिशिक बायस की परिस्थिति में कार्य करता है। इसके निर्माण में संधि के निकट ग्राही और दाता अशुद्ध परमाणुओं की सांद्रता को ध्यानपूर्वक निश्चित किया जाता है। इसकी पश्चदिशिक बायस धारा और वोल्टता अभिलक्षणिक ने इसको क्रिस्टल डायोड के रूप में इस्तेमाल से बिल्कुल भिन्न बना दिया है।

जब डायोड अग्रदिशिक बायस में होता है तब यह बंद स्विच की तरह से कार्य करती है और प्रयुक्त वोल्टता की वृद्धि के साथ-साथ अग्रधारा बढ़ती जाती है। अग्रधारा परिपथ के पैरामीटर के कारण सीमित हो जाती है। जब जेनर डायोड पश्चदिशिक बायस में होता है तथा परिपथ में लघु प्रतीप धारा I_T प्रवाहित होती है तब इसे संतृप्ति धारा (Saturation current) कहते हैं। पश्चदिशिक बायस में वृद्धि के बावजूद भी यह अपेक्षाकृत तब तक स्थिर रहती है, जब तक कि जेनर की भंजन वोल्टता (Breaking Voltage) न पहुंच जाए। जेनर भंजन वोल्टता V_Z के पश्चात् प्रतीपधारा तेजी से बढ़ने लगती है। यही कारण है कि पूर्व निर्धारित मान पर जेनर को वोल्टता नियंत्रक की तरह इस्तेमाल किया जाता है। यह मान तत्व की चालकता के चयन पर निर्भर करता है। जेनर डायोड में यह भंजन पश्चदिशिक बायस पर तीन वोल्ट से कई सौ वोल्ट तक होता है। परन्तु जेनर डायोड, जिनमें भंजन पश्चदिशिक बायस अधिक हो, बहुत कम होते हैं क्योंकि ये बहुत महंगे होते हैं।

बोध प्रश्न 1

व्याख्या कीजिए की साधारण डायोड को जेनर डायोड क्यों नहीं इस्तेमाल किया जा सकता है?

....

....

....

ऐसे जेनर डायोडों में जो 6 वोल्ट से कम पर कार्य करते हैं संधि का भंजन जेनर प्रभाव के कारण होता है। इस यांत्रिकी में भंजन तीव्र विद्युत क्षेत्र से सहसंयोजी आबंध के प्रत्यक्ष रूप से टूटने के कारण होता है। ऐसे डायोडों में जो कुछ वोल्टताओं से कुछ सौ वोल्टताओं के बीच कार्य करते हैं भंजन जेनर (Zener breakdown) प्रभाव और ऐक्लांशी भंजन (Acalanche breakdown) के कारणों से होता है।

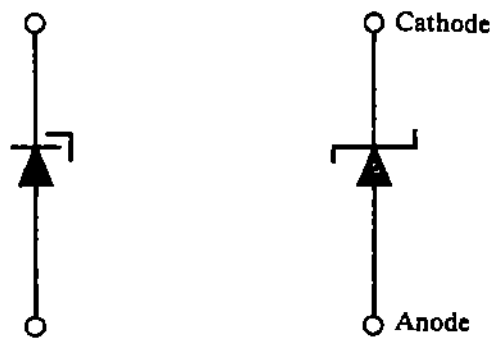
बोध प्रश्न 2
जेनर भंजन वोल्टता से आपका क्या अभिप्राय है?

....

....

....

ऐक्लांशी भंजन में अल्पांश आवेश वाहक (*n*- टाइप में छिद्र और *p*- टाइप में इलैक्ट्रॉन) सहसंयोजी आबंध से चालक इलैक्ट्रॉन को हटाकर नए वाहकों को उत्पन्न करने के लिए प्रयुक्त विरोधी वोल्टता से काफी ऊर्जा ले लेते हैं। नर वाहक बदले में और अधिक वाहकों को उत्पन्न करते हैं और **यह प्रक्रिया गुणा होती रहती है जिससे प्रतीप धारा उत्पन्न होती है तब यह कहा जाता है कि डायोड ऐक्लांशी भंजन क्षेत्र में हैं**। फिर भी सामान्य रूप से अर्द्धचालक डायोड उनके प्रतीप अभिलक्षण के किसी भी भंजन में संचालित किया जाता है चाहे जेनर भंजन हो अथवा ऐव्ललांशी भंजन।जेनर डायोड के परिपथ चिन्ह को चित्र 10.9 में दिखाया गया है। यह चिन्ह सामान्य डायोड चिन्ह के समान ही है। अंतर केवल इतना है कि लाइन (—) के स्थान पर अक्षर Z कर दिया जाता है।



बोध प्रश्न 3:
जेनर डायोड में कितने भंजन वक्र होते हैं? वे कौन से हैं?

....

....

....

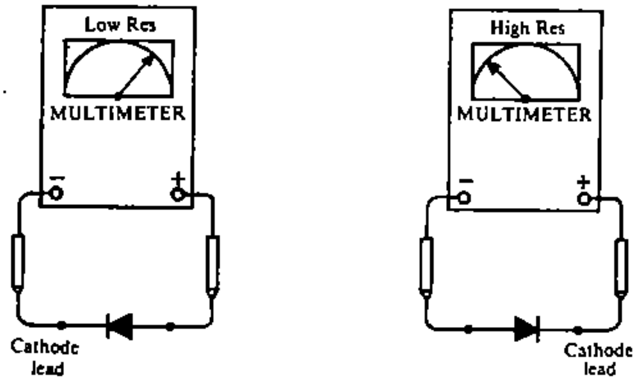
जेनर डायोड की भंजन वोल्टता बाह्य परिपथ द्वारा उपयुक्त मान पर इस प्रकार सीमित रहती है कि संधि में शक्ति क्षय अपनी शक्ति संचालन क्षमता के बराबर या कम रहे। जेनर भंजन के कारण डायोड नष्ट नहीं होता। जब तक डायोड में धारा बाह्य परिपथ द्वारा उसकी संचालन सीमा के अंदर रहती है तब तक डायोड सामान्य रूप से कार्य करता है। इतना होने पर भी पश्चदिशिक बायस को जेनर वोल्टता से कम करने पर डायोड को भंजन स्तर के बाहर लाकर संतृप्ति धारा स्तर में लाया जा सकता है। डायोड को जेनर तथा जेनर रहित धारा की स्थिति के बीच रखने की इस प्रक्रिया को बिना किसी ह्रास के बार-बार दोहराया जा सकता है। यदि शक्ति संचालन क्षमता सीमा से अधिक बढ़ती है तब अधिक धारा के कारण डायोड नष्ट हो सकता है।

जेनर डायोडों को वोल्टता नियंत्रक तथा वोल्टता प्रसंग मानकों के रूप में भी इस्तेमाल किया जा सकता है।

10.3.10 *P-N* संधि का परीक्षण

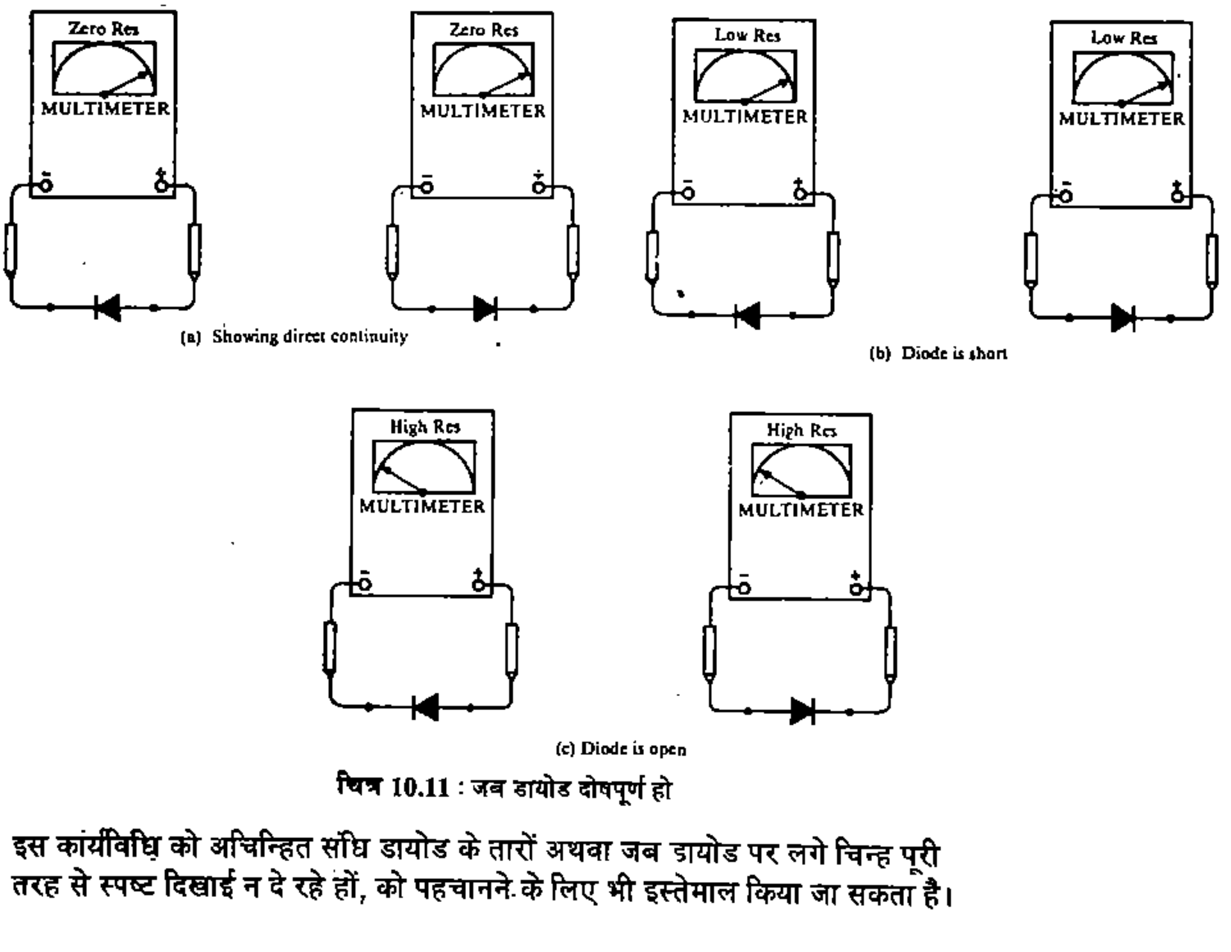
संधि का यह गुण होता है कि यह अग्रदिशिक बायस में कम प्रतिरोध तथा पश्चदिशिक बायस में अधिक प्रतिरोध प्रदान करती है। इस गुण को बहुलभाषी की सहायता से संधि परीक्षण के लिए इस्तेमाल किया जाता है। जब किसी बहुलमापी की सहायता से डायोड का परीक्षण करना हो तब इसे 10 K Ω के परिसर में रखना होता है। जब किसी बहुलमापी को

ओम मीटर के रूप में इस्तेमाल किया जाता है तब मीटर के अंदर एक बैट्री जुड़ी होती है। डायोड को परीक्षण तार से जोड़ा जाता है तब यह या तो अग्रदिशा में अथवा प्रतीप दिशा में कार्य करता है जो कि इस बात पर निर्भर करता है कि संधियों के कैथोड तार से ऋणात्मक सिरा जुड़ा है अथवा धनात्मक। अब संधि के सम्बन्धन को उल्टा कर दीजिए। यह जाँच कीजिए कि संधि अग्र अथवा प्रतीप किस दिशा में कार्य कर रही है। दिशा बदलने पर (डायोड के टर्मिनल) यदि चालन प्रतीप दिशा से अग्रदिशा अथवा अग्रदिशा से प्रतीप दिशा में परिवर्तित हो जाता है तब आप यह कह सकते हैं कि डायोड ठीक प्रकार कार्य कर रहा है। इसे चित्र 10.10 में दिखाया गया है।



चित्र 10.10: डायोड का परीक्षण

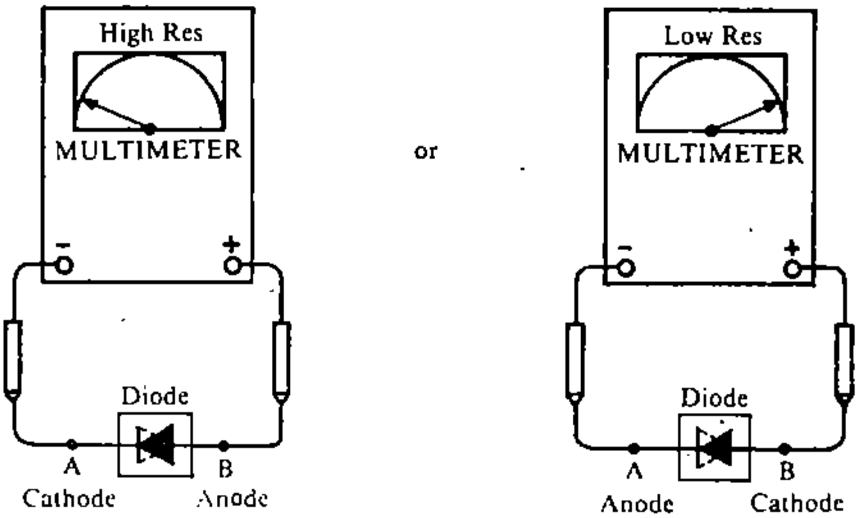
यदि बहुलमापी प्रत्यक्ष सांतत्य प्रदर्शित करता है अथवा संधि के चालन में टर्मिनल के ध्रुवण में परिवर्तन करने पर कोई परिवर्तित नहीं होता है तब यह कहा जाता है कि संधि दोषपूर्ण है। इसलिए इसकी सहायता से हमें यह पता चल सकता है कि *p-n* संधि डायोड सही प्रकार से कार्य कर रहा है अथवा नहीं। इस परीक्षण को चित्र 10.11 में दिखाया गया है।



चित्र 10.11 : जब डायोड दोषपूर्ण हो

इस कार्यविधि को अचिन्हित संधि डायोड के तारों अथवा जब डायोड पर लगे चिन्ह पूरी तरह से स्पष्ट दिखाई न दे रहे हों, को पहचानने के लिए भी इस्तेमाल किया जा सकता है।

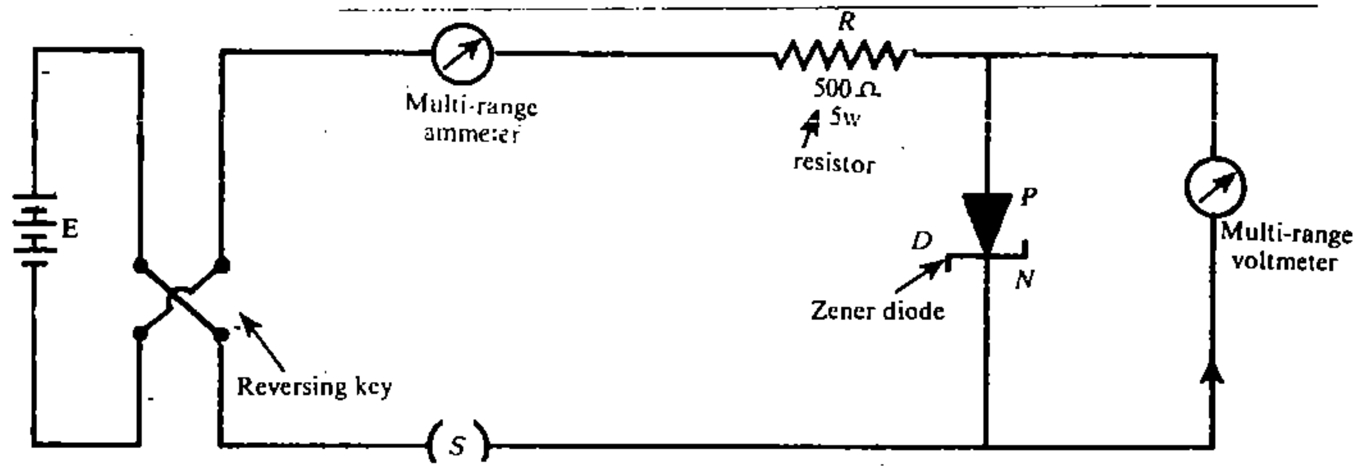
इसके लिए बहुलमापी के ध्रुवण को इस पर अंकित कर देते हैं अथवा इसकी जांच d.c. वोल्टमीटर अथवा दूसरे बहुलमापी से कर सकते हैं। तब निम्न डायोड का वह तार जिसे मीटर के ऋणात्मक तार से संबद्ध करने पर कम प्रतिरोध प्रदर्शित करता है, कैथोड होता है तथा दूसरा ऐनोड तार होता है। इसे चित्र 10.12 में दिखाया गया है।



चित्र 10.12: डायोड में ऐनोड तथा कैथोड का अभिनिर्धारण

यह देखा गया है कि कुछ बहुलमापियों में मीटर का टर्मिनल जिस पर ऋणात्मक चिन्ह (—) अंकित होता है, वास्तव में बैट्री के धनात्मक सिरे से जुड़ा होता है। यही कारण है कि आपको ऊपर यह बताया गया है कि वोल्टमीटर की सहायता से बहुलमापी के ध्रुवण को ज्ञात कर लें।

10.3 जेनर डायोड के लिए अग्रदिशा बायस तथा पश्चदिशिक बायस में वोल्टता-ऐम्पियर अभिलक्षणिक वक्र खींचना



चित्र 10.13 : जेनर डायोड के वोल्टता-ऐम्पियर अभिलक्षणिक वक्र खींचने का परिपथ

कार्यविधि

उपर्युक्त अनुभाग 10.3.10 में दी गई कार्यविधि से यह जांच कीजिए कि जेनर डायोड खराब है अथवा ठीक है। जेनर डायोड के प्रत्येक सिरे पर दो संबंधन तारों को जोड़िए तथा पुनः जाँच कीजिए। कभी-कभी संबंधन तार को सोल्डर करते समय अधिक गर्मी के कारण डायोड जल जाता है।

अब चित्र 10.13 के अनुसार परिपथ संबंधनों को बनाइए। जेनर डायोड के कैथोड को बैट्री के ऋणात्मक टर्मिनल से तथा ऐनोड को बैट्री के धनात्मक सिरे से जोड़िए। अब परिपथ अग्रदिशिक बायस के लिए तैयार है।

इस परिपथ में विद्युत प्रदाय 0-30 V के परिसर का है। यहाँ V एक वोल्टमीटर है जिसका परिसर आवश्यकतानुसार 0-100 mV अथवा 0.2 V होता है तथा A एक मिली ऐमीटर mA है जिसका परिसर 0-50 अथवा 0-100 μA का होता है। R एक दशकीय प्रतिरोध है जिसका मान निम्नलिखित विधि द्वारा ज्ञात किया जा सकता है:

R के मान की परिकलना

R का मान जेनर तथा परिपथ की आवश्यकताओं पर निर्भर करता है। मान लीजिए किसी लोड़ बाधा जिसमें धारा I_L, 5 से 30 mA तक परिवर्तित होती है, में स्थिर 10 V ($\pm$ 0.7) की निर्गम V_{out} की आवश्यकता है। परिपथ में 30 V d.c. के स्रोत से शक्ति प्रवाहित की गई है। एक ऐसे नियंत्रक परिपथ की रचना करनी है जो यह कार्य कर सके।

मान लीजिए चित्र 10.13 समस्या का निर्देशन करता है। हम एक ऐसे जेनर डायोड का चयन कर सकते हैं जिसका $V_x = 10$ V हो। मान लीजिए कि हमें ऐसा डायोड उपलब्ध है जिसमें से नियंत्रक धारा $I = 30$ मिली ऐमीटर स्थिर रहे। क्रिश्चोफ के वोल्टता (Kirchhoff's voltage) नियम के अनुसार हम यह लिख सकते हैं कि

$$V_{AA} = I_T \times R + V_{out}$$

$$R = \frac{V_{AA} - V_{out}}{I_T}$$

$V_{AA} = 30$ V, $V_{out} = 10$V तथा $I_T = 30 \times 10^{-3}$ A रखने पर

$$R = \frac{30\text{V} - 10\text{V}}{30 \times 10^{-3}\text{ A}} = \frac{20\text{V}}{30 \times 10^{-3}\text{ A}} = 666\Omega$$

R की वाटता निकालने के लिए यह ध्यान रहे कि उसमें वोल्टता पात (Voltage drop) 10 वोल्ट है अत:

$$\text{वाटता } W = \frac{V^2}{R} = \frac{10^2\text{V}^2}{666\ \Omega} = \frac{1}{6}\text{ W}$$

वोल्टता को 0.1 वोल्ट के सोपान (Step) में बढ़ाइए और डायोड धारा को मापिए। यह ध्यान रहे कि डायोड में अग्रदिशिक धारा उचित से अधिक प्रवाहित न हो। पाठ्यांक को निरीक्षण सारणी 10.1 में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 10.1:अग्रदिशिक बायस

क्र. सं.	वोल्टमीटर का पाठ्यांक	मिलि ऐम्पीयर में धारा का पाठ्यांक			अग्रदिशिक प्रतिरोध ओम में
		बढ़ते क्रम में	घटते क्रम में	औसत	
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
.					
.					
.					
.					

अब आंकड़ों को ग्राफ पर खींचिए।

अब उत्क्रमण कुंजी (Reversing key) की सहायता से धारा की दिशा को बदलिए, जैसा कि चित्र 10.13 में दिखाया गया है। धारा की दिशा बदलने के पश्चात् जेनर डायोड धारा की विपरीत दिशा में है (अर्थात्, जेनर डायोड पश्चदिशिक बायस में है)। अब (0-2V) के परिसर के वोल्टमीटर को (0-30V) के परिसर के वोल्टमीटर से बदलिए तथा मिली ऐमीटर को (0-100V μA) के परिसर के माइक्रोऐमीटर से बदलिए। वोल्टता को 0.5 वोल्ट के सोपानों में बदलिए तथा धारा को मापिए। आंकड़ों को निरीक्षण सारणी 10.2 में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 10.2 पश्चदिशिक बायस

क्र. सं.	वोल्टमीटर का पाठ्यांक वोल्ट (V) में	माइक्रो ऐम्पीयर में धारा के पाठ्यांक			प्रतीप प्रतिरोध ओम में
		बढते क्रम में	घटते क्रम में	औसत	
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
.					
.					
.					

अब आंकड़ों को ग्राफ पेपर पर खींचिए।

उपर्युक्त ग्राफ के आधार पर अपने परिणामों की विवेचना नीचे दिए गए स्थान पर कीजिए।

....

....

....

....

....

बोध प्रश्न 4

चित्र 10.13 के परिपथ में निम्नलिखित प्राचल दिए गए हैं

$E = 12.5$ V, $V_2 = 5.6$ V, $R_L = 500\ \Omega$ और $R_Q = 100\ \Omega$

निम्नलिखित की परिकलना कीजिए।

1. R_s में कितनी धारा प्रवाहित हो रही है?
2. जेनर डायोड में कितनी धारा प्रवाहित हो रही है?
3. डायोड तथा R_L में कितना शक्ति क्षय होता है?

बोध प्रश्न 5

डायोड के अग्रदिशिक अभिलक्षणिक वक्र को ध्यान से देखिए। आप देखेंगे कि सिलिकन डायोड में जब प्रयुक्त वोल्टता 0.6 वोल्ट से अधिक होती है तथा जर्मेनियम डायोड में वोल्टता 0.25 वोल्ट से अधिक होती है तब डायोड में धारा प्रवाहित होने लगती है। इसका क्या कारण है।

....

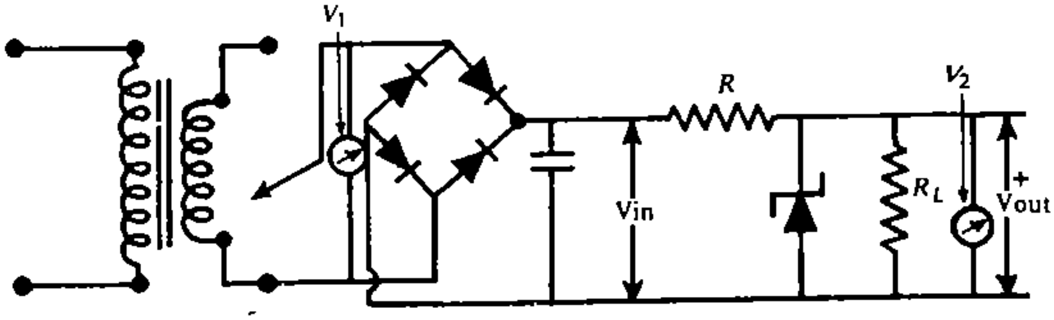
....

....

....

आप आश्चर्य करेंगे कि उपर्युक्त वोल्टता की सहायता से यह कैसे पता चलता है कि डायोड जर्मेनियम का बना है अथवा सिलिकन का।

10.4 इलेक्ट्रॉनिक परिपथ में जेनर डायोड वोल्टता नियंत्रक के रूप में



चित्र 10.14 : जेनर डायोड का परिपथ में वोल्टता नियंत्रक के रूप में

कार्यविधि

वोल्टता नियंत्रण के लिए जेनर डायोड को पश्चदिशिक बायस में इस्तेमाल किया जाता है। परिपथ की व्यवस्था चित्र 10.14 दिखाई गई है। लोड बाधा R_L के बीच वोल्टता को स्थिर रखना है। वोल्टमीटर V_1 निवेश वोल्टता को मापता है तथा वोल्टमीटर V_2 लोड बाधा R_L बीच की वोल्टता को मापता है।

अब निवेश वोल्टता का मान इस प्रकार निश्चित कीजिए कि वह भंजन वोल्टता के 10 प्रतिशत निकट हो। स्विच S को बंद कीजिए तथा लोड प्रतिरोध R_L के बीच वोल्टता को मापिए।

निवेश वोल्टता को 0.2 वोल्ट के सोपान में धीरे-धीरे बढ़ाइए तथा लोड प्रतिरोध के बीच वोल्टता को मापिए। अपने आंकड़ों को निरीक्षण सारणी 10.3क में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 10.3 क : जेनर डायोड वोल्टता नियंत्रक के रूप में

क्र. सं.	निवेश वोल्टता (V_1)	लोड वोल्टता (V_2)	टिप्पणी, यदि कोई हो
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
.			
.			
.			

निवेश वोल्टता तथा लोड प्रतिरोध के बीच की वोल्टता के बीच ग्राफ खींचिए।

प्रयोग के दूसरे भाग में लोड प्रतिरोध R_L का मान बदलिए तथा लोड प्रतिरोध के बीच सदृश वोल्टता को मापिए। अपने पाठ्यांकों को निरीक्षण सारणी 10.3 ख में लिखिए।

निरीक्षण सारणी 10.3 ख: जेनर वोल्टता नियंत्रक के रूप में

क्र. सं.	लोड प्रतिरोध	निर्गम वोल्टता	टिप्पणी, यदि कोई हो
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			

अब लोड प्रतिरोध तथा निर्गम वोल्टता के बीच ग्राफ खींचिए।

अपने आंकड़ों के आधार पर परिणामों की व्याख्या कीजिए।

परिणाम

....

....

यदि आपके पास काफी समय हो तो परिपथ में से जेनर डायोड को हटा लीजिए तथा प्रयोग 10.5 को दोहराइए।

अब प्रयोग 10.5 के परिणामों की जैनर डायोड तथा बिना जेनर डायोड के अलग-अलग ग्राफों द्वारा तुलना कीजिए। इन दो प्रयोगों के आंकड़ों के आधार पर निष्कर्ष निकालिए।

परिणाम

....

....

बोध प्रश्न 6
जब लोड प्रतिरोध को 100 Ω से 1 K Ω में परिवर्तित कर दिया जाए तो लोड वोल्टता में बहुत सा परिवर्तन होता है। यह बताइए कि वोल्टता नियंत्रक में इसका क्या महत्व है?

....

....

बोध प्रश्न 7
लाइन वोल्टता को 15 V से 25 V में परिवर्तित करने पर लोड वोल्टता में बहुत कम परिवर्तन हुआ। इसके महत्व की व्याख्या कीजिए।

....

....

बोध प्रश्न 8
चित्र 10.4 के नियंत्रक परिपथ के कार्यविधि की व्याख्या कीजिए?

10.6 शब्दावली

अशुद्धि ग्राही	Acceptor
अशुद्धि दात्ता	Donor
इलेक्ट्रान नालिका	Electron Tube
उत्क्रमण कुंजी	Reversing Key
ऐवलांशी भंजन	Avalanche Breakdown
क्रिश्चोफ के वोल्टता नियम	Kirchhoff's Voltage Law
चालन इलैक्ट्रोन	Valence Electron
तंतु कैथोड़	Filament Cathode
नैज अर्द्धचालक	Intrinsic Semiconductor
भंजन जेनर	Zener Breakdown
भंजन वोल्टता	Breaking Voltage
मादन	Dope
युक्ति	Device
विद्युत प्रदाय	Power Supply
संतृप्ति धारा	Saturation Current
संधि रोधिका	Potential Barrier
सांद्रण प्रवणता	Concentration Gradient
ह्रास स्तर	Deplection Layer

परामर्शदाता के प्रयोग के लिए

ग्रेड .... नाम ....

मूल्यांकनकर्ता .... पंजीकरण नं. ....

प्रयोग 11 ट्रांजिस्टर के अभिलक्षणिक वक्रों का अध्ययन

इकाई की रूपरेखा

11.1 प्रस्तावना

पिछले प्रयोग में आप *p-n* संधि-डायोड के अभिलक्षणिक आरेखित किये। डायोक धारा को केवल एक ही दिशा में संचरित होने देता है। यही कारण है कि हम इसका उपयोग संसूचक (detector) एवं दिष्टकार वाल्व (rectifier valve) के रूप में करते हैं। डायोड से अधिक उपयोगी अर्धचालक युक्ति संधि-ट्रांज़िस्टर है। यदि आप ट्रांज़िस्टर की संरचना को देखें तो ऐसा लगता है जैसे दो डायोड पश्च-पश्च (end-to-end) संबंध में लगे हैं। हमारे दैनिक जीवन में ट्रांज़िस्टर का उपयोग गैस लाइटर, खिलौनों प्रवर्धक (amplifier), रेडियो, टेलीविजन तथा विडियो खेलों में होता है। वास्तव में इनका उपयोग लगातार बढ़ता जा रहा है। स्विचन युक्ति (switching device) के रूप में ट्रांज़िस्टर सड़कों पर यातायात को नियंत्रित करने के लिए इस्तेमाल किया जाता है। आज ट्रांज़िस्टर अभिकालित्रों (computers), अंतरिक्ष यानों, उपग्रहों, संचार तथा शक्ति निकायों के मुख्य अवयव हैं। दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि ट्रांज़िस्टर तकनीकी क्रांति के लिए मुख्य रूप से उत्तरदायी है। इसलिए ट्रांजिस्टर की कार्यविधि का अध्ययन आपके लिए आवश्यक है।

इलैक्ट्रॉनिक परिपथ में अर्धचालक युक्ति का उपयोग धारा तथा वोल्टता (*I-V*) संबंध पर निर्भर करता है। इस संबंध को दर्शाने वाले आरेख को हम *I-V* अभिलक्षणिक वक्र कहते हैं। इन अभिलक्षणों से परिपथ अभिकल्पक (circuit designer) तथा तकनीशियन को महत्त्वपूर्ण सूचना मिलती है। इसलिए सबसे पहले हमें यह जानना चाहिए कि जब एक ट्रांज़िस्टर में वोल्टता लगाई जाती है तो वह किस प्रकार अनुक्रिया (response) करता है? क्या इसकी अनुक्रिया रेखीय है? आपने स्कूल पाठ्यक्रम में अवश्य पढ़ा होगा कि प्रतिरोधक अभिलक्षणिक वक्र सरल रेखीय होता है जो मूल बिंदु से गुजरता है। यह ओम (ohm) के नियम की अभिव्यक्ति है। क्या *p-n* संधि डायोड या जेनर डायोड के लिए भी आपको इस प्रकार का सरल रेखीय ग्राफ प्राप्त होता है? इस प्रयोग में आप ट्रांजिस्टर के लिए उभयनिष्ट उत्सर्जक विन्यास (common emitter configuration) अभिलक्षणिक वक्र खीचेंगे।

उद्देश्य

इस प्रयोग को करने के पश्चात् आप

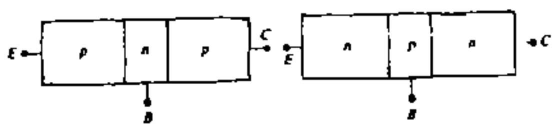
- बेस तथा उत्सर्जक के मध्य विभवान्तर में परिवर्तन करने पर बेस धारा (base current) में होने वाले परिवर्तन का अध्ययन कर सकेंगे (निवेश अभिलक्षणिक वक्र)

- संग्राहक तथा उत्सर्जक के मध्य विभवान्तर में परिवर्तन करने पर संग्राहक धारा (collector current) में होने वाले परिवर्तन का अध्ययन कर सकेंगे (निर्गम अभिलक्षणिक वक्र)
- उभयनिष्ट उत्सर्जक विन्यास में संग्राहक धारा तथा बेस धारा के संबंध की जाँच कर सकेंगे (अंतरण अभिलक्षणिक वक्र)
- धारा-लब्धि (current gain), प्रतिरोध तथा निर्गम प्रवेश्यता (output admittance) का अभिकलन कर सकेंगे।

11.2 संधि ट्रांजिस्टर का पुनरीक्षण

संधि-ट्रांजिस्टर तीन टर्मिनलों वाली युक्ति है। ये टर्मिनल p-n-p या n-p-n संरूपण (configuration) वाली परतों से जुड़े होते हैं जैसा कि चित्र 11.1 में दिखाया गया है। इस संरूपण में पहला शब्द उत्सर्जक (emitter), मध्य वाला शब्द बेस (base) तथा अंतिम शब्द संग्राहक (collector) को दर्शाता है। आप देखेंगे कि:

(i) बेस, उत्सर्जक तथा संग्राहक के मध्य होता है,
(ii) उत्सर्जक तथा संग्राहक एक जैसे p या n पदार्थ के बने हैं, तथा
(iii) बेस तथा उत्सर्जक (या संग्राहक) भिन्न पदार्थों के हैं।



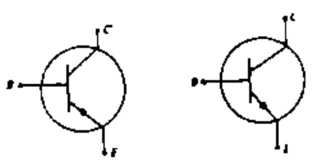
चित्र 11.1 (क) p-n-p ट्रांजिस्टर, (ख) n-p-n ट्रांजिस्टर

क्या इसका अर्थ यह हुआ कि हम संग्राहक तथा उत्सर्जक का इच्छानुसार विनिमय कर सकते हैं। ऐसा करना संभव नहीं है क्योंकि संग्राहक तथा उत्सर्जक के अपमिश्रण स्तर (doping level) तथा ज्यामिति भिन्न होते हैं। (उत्सर्जक का अपमिश्रण स्तर संग्राहक से अधिक होता है।)

अब आप पूछेंगे कि किसी इलैक्ट्रॉनिक परिपथ में ट्रांजिस्टर को किस प्रकार दर्शाया जाता है? p-n-p तथा n-p-n ट्रांजिस्टरों के परिपथ प्रतीक चित्र 11.2 में दिखाए गए हैं। तीर द्वारा दर्शित अवयव उत्सर्जक है तथा उसका समामित प्रतिरूप संग्राहक है।

जब तीर की पूंछ बैट्री के धन सिरे से जुड़ी होती है तब हम कहते हैं कि उत्सर्जक-बेस संधि अग्र-दिशिक बायस में है।

एक p-n-p ट्रांजिस्टर में उत्सर्जक को दर्शाने वाला तीर बेस की ओर संकेत करता है जबकि n-p-n ट्रांजिस्टर में यह तीर बेस से दूर संकेत करता है। जब उत्सर्जक अग्रदिशिक बायस (forward bias) में होता है तो तीर का चिन्ह रूढ़ विद्युत धारा की दिशा दर्शाता है।



चित्र 11.2 : (क) p-n-p ट्रांजिस्टर का परिपथ प्रतीक, (ख) n-p-n ट्रांजिस्टर का परिपथ प्रतीक

आमतौर पर अर्धचालक डायोड तथा ट्रांज़िस्टरों को दर्शाने के लिए दो अक्षरों के आगे एक क्रम संख्या लिखते हैं। इनमें पहला अक्षर पदार्थ का संकेत देता है। A उन युक्तियों के लिए इस्तेमाल किया जाता है जिनमें जर्मेनियम जैसे पदार्थ इस्तेमाल हुए हों तथा जिनका बैंड अंतराल (band gap) 0.6 eV से 1.0 eV होता है। B उन युक्तियों

अब आप यह जानना चाहेंगे कि किसी परिपथ में ट्रांज़िस्टर को किस प्रकार जोड़ा जाता है? विद्युत परिपथ में ट्रांज़िस्टर को निम्नलिखित तीन विन्यासों में से किसी भी एक विन्यास में जोड़ा जा सकता है:

i) जब निवेश तथा निर्गम परिपथों में उत्सर्जक उभयनिष्ट हो : CE-संरूपण
ii) जब निवेश तथा निर्गम परिपथ में बेस उभयनिष्ट हो : CB-संरूपण
iii) जब निवेश तथा निर्गम परिपथ में संग्राहक उभयनिष्ट हो : CC-संरूपण

इन संरूपणों में ट्रांज़िस्टर के अभिलक्षणिक वक्र अनन्य (unique) होते हैं। CE-संरूपण सर्वाधिक उपयोग में आता है क्योंकि इससे हमें वोल्टता, धारा तथा शक्ति लब्धि का ज्ञान होता है। CB-संरूपण में ट्रांज़िस्टर को स्थिर धारा स्रोत के रूप में इस्तेमाल किया जा सकता है जबकि CC-संरूपण प्राय: प्रतिबाधा सुमेलन (impedance matching) के लिए इस्तेमाल होता है।

बोध प्रश्न 1

निम्नलिखित अर्धचालक युक्तियों की पहचान कीजिए :

(i) $BY127$ (ii) $AC188$ (iii) $BC107$ (iv) $AF115$

....

....

....

प्रत्येक संरूपण के लिए हम तीन भिन्न-भिन्न अभिलक्षणिक वक्र खींच सकते हैं। ये हैं : (क) निवेश राशियों के मध्य खींचे गए अभिलक्षण जिन्हें हम **निवेश अभिलक्षणिक वक्र** कहते हैं। (ख) निर्गम राशियों के मध्य आरेख को हम **निर्गम अभिलक्षणिक वक्र** कहते हैं, तथा (ग) निवेश तथा निर्गम राशियों के मध्य आरेख को हम **अन्तरण अभिलक्षणिक वक्र** कहते हैं। सारणी 11.1 में इन तीनों अभिलक्षणों से सम्बद्ध तथा विभिन्न संरूपणों में उपयुक्त भौतिक राशियाँ तथा ट्रांज़िस्टर स्थिरांक दिये गये हैं।

के लिए इस्तेमाल किया जाता है जिनमें सिलिकॉन जैसा पदार्थ इस्तेमाल किया गया हो तथा बैंड अंतराल 1.0 eV से 1.3 eV होता है। दूसरा अक्षर युक्ति के मुख्य उपयोग के बारे में सूचना देता है। A संसूचक डायोडों, B परिवर्ती धारिता डायोडों (variable capacitance diodes), C श्रव्य आवृत्ति अनुप्रयोग ट्रांज़िस्टरों, D शक्ति ट्रांजिस्टरों, E टनल डायोड़ों, F रेडियो आवृत्ति अनुप्रयोग ट्रांज़िस्टरों, Y दिष्टकारी डायोडों तथा Z जेनर डायोड या वोल्टता प्रसंग दर्शाने के लिए इस्तेमाल होता है। क्रम संख्या अंकों की होती है। उदाहरणार्थ, $AC125$ ऐसे जर्मेनियम ट्रांज़िस्टर का प्रतीक है जिसका उपयोग श्रव्य आवृत्ति अनुप्रयोग में होता है तथा $BC107$ श्रव्य आवृत्ति अनुप्रयोग वाले सिलिकॉन ट्रांजिस्टर का प्रतीक है। आप $AD\,149$ तथा $BZ\ 148$ की किस प्रकार व्याख्या करेंगे? इनमें पहली अर्धचालक युक्ति जर्मेनियम शक्ति ट्रांजिस्टर है, दूसरी सिलिकॉन ज़ेनर डायोड है।

सारणी 11.1 ट्रांजिस्टर के अभिलक्षणिक वक्रों से सम्बद्ध राशियाँ

संरूपण	अभिलक्षण	निर्गम अभिलक्षण	अंतरण अभिलक्षण	ट्रांज़िस्टर स्थिरांक
CE	V_{BE} और I_B के मध्य जब V_{CE} प्राचल है	V_{CE} और I_C के मध्य जब I_B प्रचाल है	I_B और I_C के मध्य	धारा प्रवर्धन गणक, β
CB	V_{EB} और I_E के मध्य जब V_{CB} प्राचल है	V_{CB} और I_C के मध्य जब I_B प्रचाल है	I_E और I_C के मध्य	
CC	V_{BC} और I_B के मध्य जब V_{EC} प्रचाल है	V_{EC} और I_E के मध्य जब I_B प्रचाल है	I_B और I_E के मध्य	

जैसा पहले कहा जा चुका है इस प्रयोग में आप केवल CE-संरूपण में ट्रांज़िस्टर का उपयोग करेंगे। इसके लिए आवश्यक उपकरणों की सूची नीचे दी गई है :

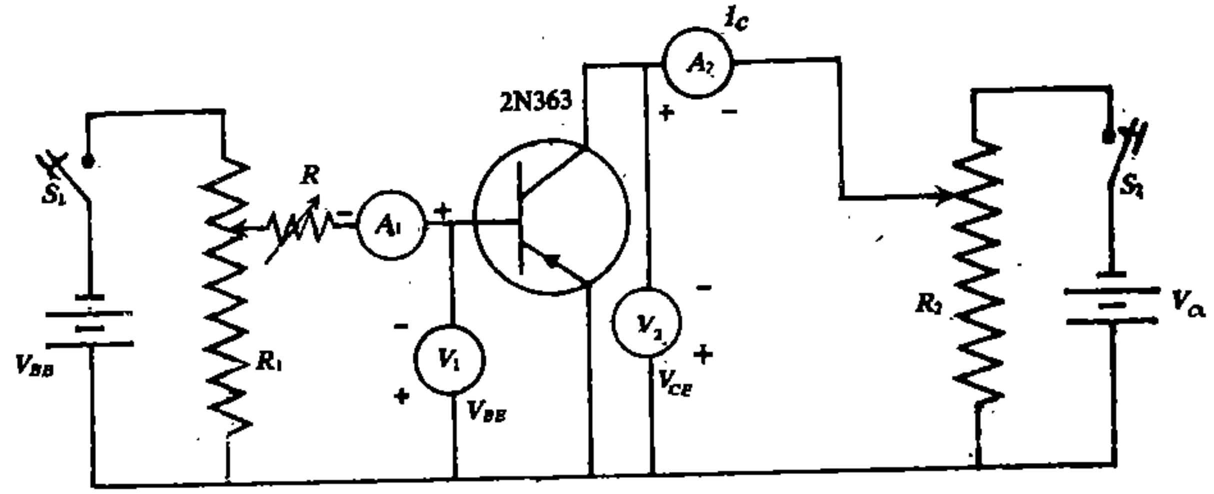
उपकरण : दो कम परिसर वाली परिवर्ती DC विद्युत प्रदाय (0-15V), एक बहुलपरिसरी माइक्रोएमीटर, दो बहुलपरिसरी मिलिएमीटर, दो बहुलपरिसरी वोल्टमीटर, एक बहुलमापी, एक सॉकेट सहित $BC107$ n-p-n ट्रांज़िस्टर (या अन्य दिया गया ट्रांज़िस्टर), दो 2.5 kΩ/2W विभवमापी या एक ट्रांज़िस्टर अभिलक्षणिक वक्र किट जिसमें ये सब चीजें दी गई हों।

11.3 CE-संरूपण में ट्रांज़िस्टर के अभिलक्षणिक वक्र

सबसे पहले आप परिशिष्ट-क में दी गई विधि अपनाकर बेस, उत्सर्जक तथा संग्राहक की पहचान करें। उसके पश्चात् आप देखें कि आपका ट्रांज़िस्टर सुचारू रूप से कार्य रहा है या नहीं। इसके लिए आपको उत्सर्जक और बेस तथा संग्राहक और बेस के बीच के प्रतिरोध को

बहुलमापी से मापना होगा। इसकी विधि भी परिशिष्ट-क में दी हुई है। ट्रांज़िस्टर की जांच करने के बाद ट्रांज़िस्टर अभिलक्षणिक वक्र खींचने के लिए निम्नलिखित विधि अपनायें।

11.3.1 निवेश अभिलक्षणिक वक्र



चित्र 11.3 *CE*-विन्यास में अभिलक्षणिक वक्र खींचने के लिए परिपथ चित्र

1. अपने उपकरणों को चित्र 11.3 देखकर संयोजित कीजिए। V_{BB} तथा V_{CC} (0-15V) की क्रमशः बेस तथा संग्राहक बैट्री हैं। V_1 तथा V_2 **बहुलपरिसरी** वोल्टमापी हैं। A_1 और A_2 बहुलपरिसरी माइक्रों तथा मिलीएमीटर हैं तथा R परिवर्ती प्रतिरोधक है।

   यदि आपको मोराज ट्रांज़िस्टर किट दी गई हो तो आप यह सुनिश्चित कर लें कि चित्र 11.3 में दिया गया मूल परिपथ कार्यरत है। यदि आपको *n-p-n* ट्रांज़िस्टर दिया गया हो तो आप विभिन्न बैट्रियों तथा मीटरों की ध्रुवणाओं को उल्टा कर दें। R_1 तथा R_2 विभवमापियों द्वारा आप क्रमशः बेस-धारा और संग्राहक-धारा को समायोजित कर सकते हैं।

2. संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता (V_{CE}) को शून्य वोल्ट रखें।
3. बेस-उत्सर्जक वोल्टता (V_{BE}) को 0-1 V परिसर में रखें।
4. अब बेस-धारा का मान लगभग 20 μA समायोजित कीजिए। इसके बाद आप इसे 20 μA के चरणों में 200 μA तक परिवर्तित कीजिए। हमारे विचार से ऐसा करने पर आप देखेंगे कि V_{BE} में भी परिवर्तन होता है। हर बार बेस-उत्सर्जक वोल्टता मापिए तथा अपने पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 11.1 में लिखिए। यदि बेस-उत्सर्जक वोल्टता में कोई परिवर्तन न हो तो परिपथ की पुनः जाँच कीजिए। यदि आप त्रुटि का पता न लगा पाएं तो अपने परामर्शदाता की मदद लीजिए। हो सकता है कि परिपथ या ट्रांज़िस्टर किट का कोई अवयव खराब हो।

प्रेक्षण सारणी 11.1 : निवेश अभिलक्षणिक वक्र

माइक्रोएमीटर का अल्पतमांक = ... μA

वोल्टमीटर का अल्पतमांक = ... V

क्र. सं.	I_B (μA)	बेस-उत्सर्जक वोल्टता, V_{BE} (V)		
		$V_{CE} = 0.0V$	$V_{CE} = 2.0V$	
1.	20			
2.	40			
3.	60			
.	.			
.	.			
.	.			
.	.			

5. अब आप V_{CE} को 2V पर समायोजित करें और उपर्युक्त विधि को दोहरायें। ऐसा करने पर V_{BE} किस प्रकार परिवतर्तित होती है? हो सकता है कि जब आप धारामापियों में परिसर बदलें तो उनमें पाठ्यांक समान न रहे। इस विसंगति का मुख्य कारण एमीटर के विभिन्न परिसरों में प्रतिरोध का भिन्न-भिन्न होना है। अतः परिसर बदलने के बाद आप प्रवाहित परिपथ में नियंत्रणों को पुनः समायोजित कर लें जिससे एमीटर के प्रतिरोध परिवर्तन का प्रभाव समाप्त हो जाए। ध्यान रखने योग्य दूसरी बात बेस तथा संग्राहक परिपथों में विद्यमान युग्मन के बारे में है। वोल्टता बदलने पर I_B का मान स्थिर रखने के लिए बेस धारा के नियंत्रकों को पुनः समायोजित करने की आवश्यकता पड़ सकती है।

I_B को x-अक्ष के अनुदिश तथा V_{BE} को y-अक्ष के अनुदिश आरेखित कीजिए। श्रेष्ठतम आसंजन आरेख खींचिए। इस प्रकार प्राप्त वक्रों को हम **निवेश अभिलक्षणिक वक्र** कहते हैं। आरेख के रेखीय भाग पर उपयुक्त बिंदु लेकर सरल रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए। इससे

आपको निवेश प्रतिरोध $h_{ie} = \dfrac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}$ प्राप्त होता है। इस व्यंजक में ΔV_{BE} तथा ΔI_B क्रमशः बेस-उत्सर्जक वोल्टता तथा बेस-धारा में परिवर्तन दर्शाते हैं।

परिणाम : दिए गए ट्रांज़िस्टर के लिए निवेश प्रतिरोध h_{ie} = ... Ω

बोध प्रश्न 2

V_{BE} को x -अक्ष के अनुदिश तथा I_B को y- अक्ष के अनुदिश लेकर आरेख खींचिए। आरेख की प्रकृति क्या है?

....

....

11.3.2 निर्गम अभिलक्षणिक वक्र

1. R_1 तथा R_2 को समायोजित कर बेस-धारा I_B को 20 μA कर लें।
2. R_2 को 0-10V के परिसर में 0.5V के चरणों में बदल कर संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता V_{CE} को परिवर्तित कीजिए।
3. हर बार संग्राहक धारा I_C का मान ज्ञात कर उसे प्रेक्षण सारणी 11.2 में लिखिए।

प्रेक्षण सारणी : 11.2:निर्गम अभिलक्षणिक वक्र

वोल्टमीटर का अल्पतमांक = ... V

मिलिएमीटर का अल्पतमांक = ... μA

क्र. सं.	V_{CE} (v)	संग्राहक-धारा I_C (ma)				
		$I_B = 20\ \mu A$	$I_B = 40\ \mu A$	$I_B = 60\ \mu A$	$I_B = 80\ \mu A$	$I_B = 100\ \mu A$
1.						
2.						
3.						
.						
.						
.						
.						

4. अब $I_B = 40\ \mu A$, $60\ \mu A$, $80\ \mu A$, तथा $100\ \mu A$, लेकर उपर्युक्त 2 और 3 चरणों को दोहरायें।
5. I_B के विभिन्न मानों के लिए V_{CE} तथा I_C के बीच आरेख खींचिए। x- अक्ष के अनुदिश आप कौन सी राशि लेंगे? प्रत्येक I_B के लिए श्रेष्ठतम आसंजन आरेख खींचिए। इस प्रकार आपको **निर्गम अभिलक्षणिक वक्र** प्राप्त होगा। अब आप निर्गम

   प्रवेश्यता सूत्र $h_{oe} = \dfrac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}}$ की सहायता से अभिकलित कीजिए।

   परिणाम: दिए गए ट्रांज़िस्टर की निर्गम प्रवेश्यता = ... Ω

11.3.3 अंतरण अभिलक्षणिक वक्र

1. V_{CE} को 5.0 V रखें।
2. R_1 तथा R_2 को समायोजित करके बेस-धारा I_B को 20 μA पर स्थिर कीजिए तथा संग्राहक-धारा I_C मापिए। अपने पाठ्यांक प्रेक्षण सारणी 11.3 में लिखिए।
3. *अब बेस धारा को 40* μA *कर दें। क्या आप* V_{CE} में कोई परिवर्तन देखते हैं? यदि ऐसा हो तो R_2 को इस प्रकार समायोजित करें कि $V_{CE} = 5.0$ V रहे। अब फिर संग्राहक धारा का मान ज्ञात कर प्रेक्षण सारणी 11.3 में लिखें।
4. V_{CE} को 5.0 V पर स्थिर रखकर $I_B = 60\ \mu A$, $80\ \mu A$, तथा $100\ \mu A$, के लिए अपने प्रेक्षण दोहरायें। अपने पाठ्यांकों को प्रेक्षण सारणी 11.3 में लिखिए।
5. अब V_{CE} को 6.0 V स्थिर करके 2 से 4 चरणों को दोहरायें।
6. यदि आपके पास समय हो तो आप उपरोक्त चरणों को $V_{CE} = 4.0$ V रखकर दोहरायें।
7. *अब* I_B को x- अक्ष तथा I_C को y -अक्ष के अनुदिश लेकर आरेख खींचिए। प्रेक्षण बिन्दुओं में से होता हुआ श्रेष्ठतम आसंजन रेखा खीचें। इस आरेख को **अंतरण अभिलक्षणिक वक्र** कहते हैं।

प्रेक्षण तालिका 11.3 अंतरण अभिलक्षणिक वक्र

माइक्रोएमीटर का अल्पतमांक = ... μA
वोल्टमीटर का अल्पतमांक = ... V

क्र. सं.	I_B (μA)	संग्राहक धारा, I_C (mA)	
		$V_{CE} = 5.0$ V	$V_{CE} = 6.0$ V
1.	20		
2.	40		
3.	60		
4.	80		
5.	100		
.			
.			
.			
.			

$\beta = \dfrac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$ सूत्र की सहायता से धारा प्रवर्धन गुणक अभिकलित कीजिए।

परिणाम : दिए गए ट्रांज़िस्टर का धारा प्रवर्धन गुणक = ...

बोध प्रश्न 3

प्रवर्धक के रूप में ट्रांज़िस्टर का इस्तेमाल दर्शाने के लिए आपको और कौन से उपकरणों की आवश्यकता होगी?

....

....

....

बोध प्रश्न 4

प्रवर्धक/स्विच अभिक्रियाओं में प्रयुक्त ट्रांज़िस्टर के उपयोग दिखाने के लिए परिपथ का चित्र खींचिए।

परिशिष्ट-क

क.1 बहुलमापी समायोजन

काली और लाल कॉर्ड को आप क्रमशः उन सॉकेटों में डाल दें जिन पर कॉमन तथा Ω VA अंकित हैं। अब वरित्र (selector) को प्रतिरोध मापने की स्थिति में ले आयें। आप देखेंगे कि बहुलमापी में तीन मापक्रम (× 10), (× 100), तथा (× 1000) हैं। कॉर्ड के परीक्षण सिरों को अलग-अलग रखें। इस स्थिति में प्रतिरोध का मान अनंत होगा। सूचक ओम स्केल में ∞ दर्शायेगा। यदि ऐसा न हो तो अनंत समायोजन घुंडी घुमाकर सूचक को ∞ चिन्ह पर ले आयें। (यदि आपके बहुलमापी में अनंत समायोजक नहीं है तो आप अनन्त त्रुटि संशोधित नहीं कर सकते।)

अब आप शून्य समायोजन करें क्योंकि यह बहुत महत्वपूर्ण है। इसके लिए आप कॉर्ड के परीक्षण सिरों को आपस में स्पर्श करें। ऐसा करने पर हर मापक्रम में सूचक को शून्य दर्शाना चाहिये। यदि ऐसा नहीं हो तो आप शून्य समायोजक घुंडी घुमाकर सूचक को शून्य चिन्ह पर ले आयें। अनन्त और शून्य समायोजनों के बाद आप बहुलमापी को प्रयोग कर सकते हैं।

क.2 प्रतिरोध मापन

अब आप वरित्र को (×1) वाली स्थिति में रखें। इसके पश्चात् आप कॉर्ड के परीक्षण सिरों को प्रतिरोधक के दोनों सिरों पर रखें। ओम स्केल में सूचक की स्थिति के संगत पाठ्यांक को पढ़ लें। यदि सूचक 50 के अंक पर ठहरता है तो प्रतिरोध 50 Ω है। यदि आप देखें कि सूचक (×1) स्केल अतिक्रमण (over shoot) करता है तो आप वरित्र को (× 10) वाली स्केल पर रखकर उपरोक्त विधि को दोहरायें। यदि अब भी सूचक स्केल का अतिक्रमण करे तो आप वरित्र को (×100), या (×1000) वाली स्केल पर रखें। इन स्थितियों में आपको प्राप्त पाठ्यांक को 10, 100 या 1000 से गुणा करना होगा।

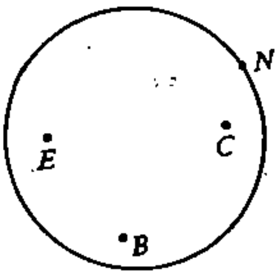


Fig. A.1

क.3 उत्सर्जक, बेस और संग्राहक की पहचान

आप ट्रांज़िस्टर को उल्टें। आप देखेंगे कि इसके तीनों सिरे एक अर्ध-वृत्त में हैं (चित्र A.1)। उत्सर्जक (*E*) और संग्राहक (*C*) इस अर्ध-वृत्त के व्यास पर होंगे। ट्रांज़िस्टर पर बने खांचे के पास वाला सिरा संग्राहक होता है। इस प्रकार आप देखेंगे कि तीसरा सिरा बेस का द्योतक है। उत्सर्जक-बेस और संग्राहक-बेस दो अलग-अलग p-n संधि डायोड हैं। बहुलमापी द्वारा इनका प्रतिरोध माप कर आप इन डायोडों के बारे में पता कर सकते हैं। इसके लिए बहुलमापी को प्रतिरोध मापक विधा में रखना होगा। इस विधा में ट्रांज़िस्टर की आन्तरिक बैट्री काम करने लगती है। कॉमन टर्मिनल बैट्री का धनात्मक सिरा है जबकि Ω VA टर्मिनल बैट्री का ऋणात्मक सिरा होगा। इन टर्मिनलों के मध्य प्रतिरोध को मापने के लिए कॉमन टर्मिनल को काले तथा Ω VA टर्मिनल को लाल कॉर्ड से जोड़ दें तथा प्रतिरोध ज्ञात करें। कामन और Ω VA टर्मिनलों की स्थितियों का विनिमय कर इस प्रेक्षण को दोहरायें। आप देखेंगे कि दोनों स्थितियों में प्रतिरोध का मान समान नहीं होगा। जिस विन्यास के लिए प्रतिरोध का मान कम है वह डायोड की अग्रदिशिक बायस को दर्शाता है। इस विन्यास में काली कॉर्ड से जुड़ा छोर P-टाइप होगा।

11.4 शब्दावली

अग्रदिशिक बायस	forward bias
अंतरण अभिलक्षणिक वक्र	transfer characteristics
अनन्त	infinity
अनुक्रिया	response
अपमिश्रण स्तर	doping level
अभिकलित्र	computer
उत्सर्जक	emitter
उभयनिष्ठ उत्सर्जक-विन्यास	common emitter configuration
दिष्टकार वाल्व	rectifier value
धारा लब्धि	current gain
धारिता	capacitance
निर्गम अभिलक्षणिक वक्र	output characteristics
निर्गम प्रवेश्यता	output admittance
निवेश अभिलक्षणिक वक्र	input characteristics
प्रतिबाधा सुमेलन	impedance matching
प्रवर्धक	amplifier
स्विचन युक्ति	switching device
संग्राहक	collector
संरूपण	configuration
संसूचक	detector
श्रृव्य आवृत्ति	audio frequency

NOTES

NOTES

NOTES